

# UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID



Escuela Politécnica Superior

## **ESTUDIO NUMÉRICO DE INESTABILIDADES EN CHORROS LAMINARES DE BAJA DENSIDAD**

**Proyecto fin de carrera**

Autora

Isabel Llorente Rubio

Tutor

Alejandro Sevilla Santiago

Director

Wilfried Coenen

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS

*Leganés, Diciembre 2010*

## *Agradecimientos*

En primer lugar, quiero agradecer sinceramente a Wilfried toda su dedicación, paciencia y optimismo por hacer posible este proyecto. Es agradable encontrar las puertas abiertas, respuestas y buen humor. También agradezco a Alejandro su entusiasmo, sus ideas y su enfoque.

Terminar esta carrera no hubiera sido posible sin el cariño y apoyo constante de mis padres, y tampoco sin la alegría de Ana, mi hermana, que es capaz de sacarme una sonrisa hasta en los días más oscuros.

Mi paso por esta Universidad me ha dado la oportunidad de conocer a mucha gente maravillosa, a amigos formidables con los que he compartido y espero seguir compartiendo momentos inolvidables, cafés, cañas y también preocupaciones.

También agradezco a mis amigos castrillenses, getafenses y de otros lugares del mundo por animarme con su amistad a seguir adelante.

Durante mis estudios pude vivir en París... y allí tuve la suerte de conocer a Ben.

Gracias a todos

## ***Resumen***

Oscilaciones autoexcitadas sincronizadas a una determinada frecuencia aparecen en los chorros de baja densidad cuando la relación de densidad del chorro con respecto al ambiente, está por debajo de un valor crítico. Este comportamiento está asociado a una inestabilidad absoluta del flujo base.

Se ha llevado a cabo una serie de simulaciones numéricas con el código comercial FLUENT con el objetivo de describir el comportamiento inestable de un chorro de baja densidad y situar la frontera de transición de convectivamente a absolutamente inestable en función de los parámetros del chorro: el número de Reynolds, la relación de densidades chorro-ambiente,  $S$ , y el espesor de cantidad de movimiento  $\theta$ .

Los cálculos se han realizado para un chorro de mezcla helio-aire descargando en un ambiente quieto de aire a través de un inyector circular de radio  $R$ . Se considera que el chorro es axilsimétrico, incompresible, e isoterma; y para su estudio no se tiene en cuenta el efecto de la gravedad.

En el análisis de los resultados de las simulaciones, se estudia la inestabilidad, y los parámetros críticos que caracterizan la transición. Además, se intenta describir el fenómeno del apareamiento de vórtices, y se calcula el número de Strouhal para cada caso absolutamente inestable.

Por último, se hace una comparación de los resultados con experimentos y análisis numéricos que se encuentran en la literatura sobre este asunto.

*Palabras clave: chorro de baja densidad, inestabilidad absoluta, oscilaciones autoexcitadas, helio*

# ***Abstract***

Self-excited oscillations synchronized at a well-defined frequency are supported by low-density jets when the jet-to-ambient density ratio is smaller than a critical value. This behavior is connected to an absolute instability in the base flow.

Numerical simulations have been calculated through a commercial code, called FLUENT, in order to describe the unstable behavior of a low-density jet and to define the absolute-convective instability transition according to the jet parameters: the Reynolds number, the jet-to-ambient density ratio,  $S$ , and the momentum thickness  $\theta$ .

The calculations have been carried out for an axisymmetric jet of a helium/air mixture emerging into quiescent ambient air from a circular injector of radius  $R$ . We consider an incompressible and isothermal jet without taking into account the effect of gravity.

Analyzing the results of the simulations, we observe the instability and the critical parameters that characterize the transition. Moreover, we try to describe the occurrence of vortex pairing and we calculate the Strouhal number for each absolute instable case.

Finally, we compare our results with experiments and numerical analyses of previous works about this subject.

*Keywords: low-density jet, absolute instability, self-excited oscillations, helium*

# Índice

<i>Agradecimientos</i>	i
<i>Resumen</i>	ii
<i>Abstract</i>	iii
<i>Lista de figuras</i>	v
<b>1 Introducción y objetivos.....</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción.....	1
1.2 Motivación del proyecto .....	2
1.3 Objetivos.....	2
<b>2 Estado del arte .....</b>	<b>3</b>
2.1 Evidencias experimentales.....	3
2.2 Fundamentos teóricos .....	5
2.3 Descripción y formulación del chorro .....	10
<b>3 Implementación en FLUENT .....</b>	<b>13</b>
3.1 Discretización del dominio espacial/ Generación del mallado .....	13
3.2 Simulación en FLUENT .....	15
3.3 Ejemplo de resolución de un caso.....	17
3.4 Validación de la malla .....	21
<b>4 Análisis de resultados.....</b>	<b>23</b>
4.1 Chorro de helio .....	23
4.2 Chorros de mezclas helio-aire.....	27
4.3 Resumen de resultados.....	36
<b>5 Conclusiones.....</b>	<b>40</b>
5.1 Líneas futuras de investigación.....	41
<b>6 Bibliografía.....</b>	<b>42</b>

## ***Lista de figuras***

<b>1.1:</b> Chorro de aire descargando en aire ambiente ( $Re=4047$ ), (Boujemaa <i>et al.</i> , 2004).....	1
<b>1.2:</b> Chorro de helio descargando en aire ambiente (para $Re=576$ ), (Boujemaa <i>et al.</i> , 2004) .....	2
<b>2.1:</b> Densidad espectral de potencia (PSD) de un chorro de helio descargando en aire ( $S=0.14$ ), que muestra su mayor pico en la frecuencia de oscilación $f_0$ , seguida de su subarmónico $1/2f_0$ y varios armónicos. Los datos fueron tomados 1,33 diámetros aguas abajo de la salida del inyector en la línea central del chorro. (Sreenivasan, Raghu, & Kyle, 1989).....	4
<b>2.2:</b> Imágenes consecutivas de una película mostrando la distribución de aerosol en un plano axial del flujo ( $S=0.29$ , $Re=3025$ , $D/\theta=50$ ). Se recorre la secuencia de izquierda a derecha, comenzando por la fila superior. (Kyle & Sreenivasan, 1993) .....	4
<b>2.3:</b> Evolución espacio-temporal de una inestabilidad absoluta (Huerre & Monkewitz, 1990).....	5
<b>2.4:</b> Evolución espacio-temporal de una inestabilidad convectiva (Huerre & Monkewitz, 1990).....	6
<b>2.5:</b> Clasificación de los flujos con capa de cortadura desarrollados espacialmente con respecto a la distribución de inestabilidad local en la dirección del flujo. (a) uniformemente inestable, (b) localmente convectivamente inestable, (c) casi absolutamente inestable, (d) región aislada de inestabilidad absoluta (Huerre & Monkewitz, 1990) .....	8
<b>2.6:</b> (a) Ritmo local absoluto $\omega_{0,i}$ , ritmo de crecimiento máximo $\omega_{i,max}$ y temperatura ambiente $T_\infty$ como función de la distancia en dirección del flujo, $x$ . (b) Comparación de la frecuencia local absoluta $\omega_{0,r}(x)$ y la frecuencia global observada $\omega_g$ . (Lesshafft <i>et al.</i> , 2006) .....	9
<b>3.1:</b> Esquema de condiciones de contorno.....	14
<b>3.2:</b> Imagen de la malla utilizada en FLUENT .....	14
<b>3.3:</b> Detalles de la zona de entrada. En la imagen derecha se observa la parte más refinada de la malla. ....	15
<b>3.4:</b> Residuos para $Re=1000$ , $S=0.35$ en la opción estacionaria.....	18
<b>3.5:</b> Velocidad axial (m/s) en la zona de entrada para $Re=1000$ , $S=0.35$ .....	18
<b>3.6:</b> Líneas de corriente (kg/s) para $Re=1000$ , $S=0.35$ .....	19
<b>3.7:</b> Velocidad axial en función del tiempo en la posición $x=1$ , $r=1$ . Caso: $S=0.35$ , $Re=1000$ .....	19
<b>3.8:</b> Densidad espectral de potencia en función de $St$ para el caso $S=0.35$ , $Re=1000$ , $x/R=1$ .....	20
<b>3.9:</b> PSD en función de $St$ para el caso $S=0.375$ , $Re=1000$ con distintas condiciones de contorno en la posición $x=1$ , $r=1$ .....	20

3.10: Perfil de velocidades (velocidad axial en función de la distancia radial en varias posiciones de $x$ ) promediado en el tiempo, para el caso con condición "pared" ( $Re=1000$ , $S=0.375$ ) .....	21
3.11: Perfil de velocidades promediado en el tiempo para el caso $S=0.375$ , $Re=1000$ con condición de contorno <i>pressure outlet</i> en un instante. ....	21
3.12: Detalle de la zona de entrada de la malla refinada .....	22
3.13: Comparación de PSD en función de $St$ para el caso $S=0.35$ , $Re=1000$ en las posiciones $x/R=1$ , y $x/R=4$ para una malla refinada (línea azul) y otra sin refinar. ....	22
4.1: Evolución de la velocidad axial (m/s) en función del tiempo(s) para el caso $S=0.14$ con dos números de Reynolds distintos en diferentes posiciones. En el caso $Re=175$ (absolutamente inestable) la velocidad es periódica (aunque para $x/R=10$ la periodicidad tarda en establecerse). Para $Re=150$ (convectivamente inestable), la velocidad es irregular y su valor disminuye con el tiempo. Cada time step son 10s para los dos casos. ....	24
4.2: Densidad espectral de potencia en función del número de Strouhal, para los casos $S=0.14$ con $Re=150$ y $Re=175$ . El caso absolutamente inestable ( $Re=175$ ) tiene su frecuencia de oscilación para $St=0.27$ , el subarmónico no llega a ser dominante aguas abajo. El caso convectivamente inestable presenta algunas bandas anchas de frecuencia. ....	25
4.3: Detalle de la velocidad axial en función del tiempo para el caso $S=0.14$ , $Re=175$ en la posición $x/R=1$ y en $x/R=10$ donde se observa la influencia del subarmónico en la forma de la velocidad. El valor del período $T$ es el mismo en las dos figuras puesto que no se produce apareamiento de vórtices. Cada time step= 10s. ....	26
4.4: Imágenes de los contornos de vorticidad para $Re=175$ , $S=0.14$ en varios time steps ( $t^*$ ), cada time step son 10 s. Aparece marcado el radio $R$ de salida del inyector ( $R=1m$ ), que es la línea azul claro que aparece en todas las figuras, la línea negra inferior es el eje. A la izquierda aparece la escala de los contornos de la vorticidad con unidades $[1/s]$ .....	26
4.5: Contornos de vorticidad del chorro para el caso $S=0.25$ , $Re=500$ en un instante. ....	27
4.6: Velocidad axial en función del tiempo para los casos $S=0.25$ y $S=0.3$ con $Re=500$ .....	28
4.8: Contornos de la fracción másica de Helio para el caso $S=0.35$ , $Re=750$ .....	30
4.9: Velocidad axial en función del tiempo para los casos $S=0.35$ y $S=0.375$ en $Re=750$ .....	31
4.10: PSD en función de $St$ para los casos $S=0.35$ y $S=0.375$ en $Re=750$ .....	32
4.11: Velocidad axial en función del tiempo para los casos $S=0.3$ y $S=0.4$ en $Re=1000$ , para cuatro posiciones en $r=1$ . ....	33

<b>4.12:</b> Densidad espectral de potencia de la velocidad axial en función del número de Strouhal para los casos $S=0.3$ y $S=0.4$ en $Re=1000$ en cuatro posiciones en $r=1$ . $S=0.3$ es absolutamente inestable, mientras que $S=0.4$ es convectivamente inestable.....	34
<b>4.13:</b> Contornos de vorticidad, para el caso $S=0.3$ $Re=1000$ para varios instantes de tiempo. La escala de la izquierda está expresada en $[1/s]$ , y también aparece marcado el radio $R$ del inyector.....	35
<b>4.14:</b> Detalle de la velocidad axial en función del tiempo para $Re=1000$ , $S=0.3$ , en las posiciones: $x/R=1$ , y en $x/R=10$ . $T$ es el período correspondiente a la frecuencia de oscilación de este caso. ....	35
<b>4.15:</b> Curva de transición aproximada entre el comportamiento convectivamente-absolutamente inestable de acuerdo con los datos obtenidos. ....	36
<b>4.16:</b> El número de Strouhal en función del número de Reynolds para $S=0.14$ en la posición $x/R=1$ . ....	37
<b>4.17:</b> Espesor de cantidad de movimiento como función del número de Reynolds (se ha calculado para el intervalo: $175 < Re < 300$ ) cuando $S=0.14$ . ....	38
<b>4.18:</b> $A^2$ frente a $Re$ para $S=0.14$ . $A$ es el módulo de la amplitud de la velocidad axial medido en (m/s).....	38
<b>4.19:</b> Diagramas espacio-temporales de la velocidad radial en $r=1m$ ( $0 \leq x \leq 25m$ ) para $Re=1000$ . (a) Caso convectivamente inestable ( $S=0.5$ ), cada time step es 10s; (b) Caso absolutamente inestable en $S=0.3$ , cada time step es 2s. ....	39



# 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

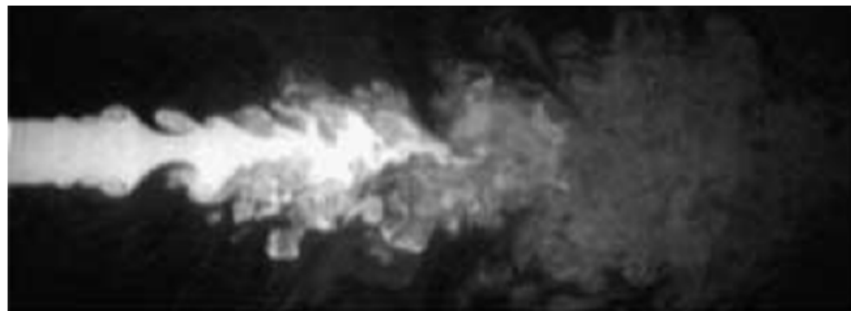
---

## 1.1 Introducción

---

El chorro es uno de los flujos más estudiados de los denominados flujos libres (estelas, capas de mezcla, etc.), caracterizados por poseer una capa de cortadura en su dirección transversal. El conocimiento de las propiedades de transporte y mezcla de los chorros se ha visto ampliado debido al creciente interés que han despertado sus numerosas aplicaciones industriales en las cámaras de combustión y en los reactores químicos, principalmente en lo referido a la inyección, el mezclado o las fugas.

Los chorros son conocidos por ser muy sensibles frente a perturbaciones externas, en particular pueden actuar como “amplificadores de ruido”. En la figura 1.1, se observa un chorro de aire que descarga en aire ambiente. Se ven pequeñas perturbaciones en la zona de entrada, que se amplifican aguas abajo, formando vórtices que finalmente dan lugar a una zona turbulenta lejos de la salida. La respuesta del chorro a perturbaciones depende en gran medida del carácter de dichas perturbaciones.

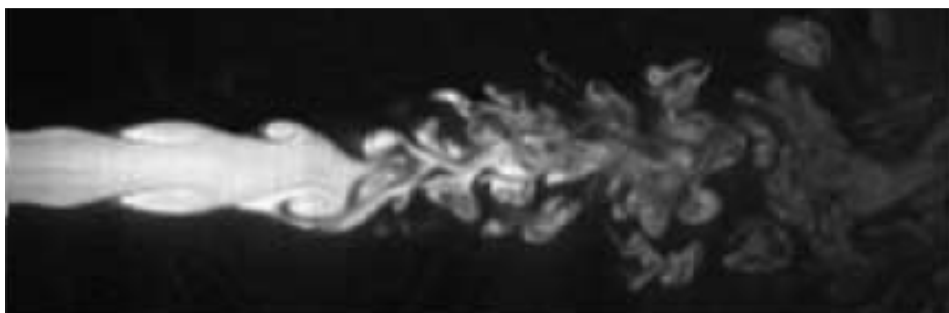


**Figura 1.1:** Chorro de aire descargando en aire ambiente ( $Re=4047$ ), (Boujemaa *et al.*, 2004)

Cuando se estudia el caso de un chorro con una densidad suficientemente menor que la densidad del ambiente, el chorro puede mostrar oscilaciones autoexcitadas sincronizadas, donde la dinámica del chorro no depende del carácter de las perturbaciones introducidas. A modo de ejemplo, se pueden apreciar las características de este comportamiento en la figura 1.2, se observan oscilaciones sincronizadas en todo el campo fluido, es decir, un carácter más periódico del mismo, antes de llegar a la zona de turbulencia.

Para describir la transición entre los dos comportamientos que se acaban de citar, es de gran interés conocer los parámetros críticos que los diferencian. Estos parámetros son el número de Reynolds,  $Re$ ; la relación de densidades del chorro-ambiente,  $S$ ; y el perfil inicial del chorro, es decir, para chorros descargando de toberas o tubos, el espesor de cantidad de movimiento  $\theta$  de la capa límite en el borde del inyector.

## 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS



**Figura 1.2:** Chorro de helio descargando en aire ambiente (para  $Re=576$ ), (Boujema *et al.*, 2004)

### 1.2 Motivación del proyecto

---

La idea de realizar un estudio sobre la inestabilidad de un chorro de baja densidad parte de la investigación que Wilfried Coenen y Alejandro Sevilla Santiago han llevado a cabo sobre el comportamiento de chorros con características como las mencionadas anteriormente.

Este área de investigación tiene aún varias incógnitas por resolver, debido a la dificultad de visualizar experimentalmente las características de estos chorros. Es por esta razón, que el análisis mediante CFD (Computational Fluid Dynamics) puede ser una herramienta valiosa para su continuación.

La motivación principal de este proyecto es comprobar si un código comercial de CFD como FLUENT es capaz de capturar la dinámica de las oscilaciones autoexcitadas.

### 1.3 Objetivos

---

Los objetivos fundamentales de este proyecto son:

- Realizar un estudio numérico sobre la aparición de oscilaciones autoexcitadas en chorros de baja densidad.
- Encontrar los valores críticos de la relación de densidades entre el chorro y el ambiente,  $S$ , y del número de Reynolds por debajo de los cuales se producen dichas oscilaciones.

En concreto, estos objetivos son aplicados a un chorro de una mezcla de helio-aire descargando en aire, con un perfil de velocidad uniforme a la salida.

El proyecto se ha desarrollado utilizando los recursos que la Universidad Carlos III de Madrid ofrece, es decir, que no ha tenido coste económico alguno.

## 2 ESTADO DEL ARTE

---

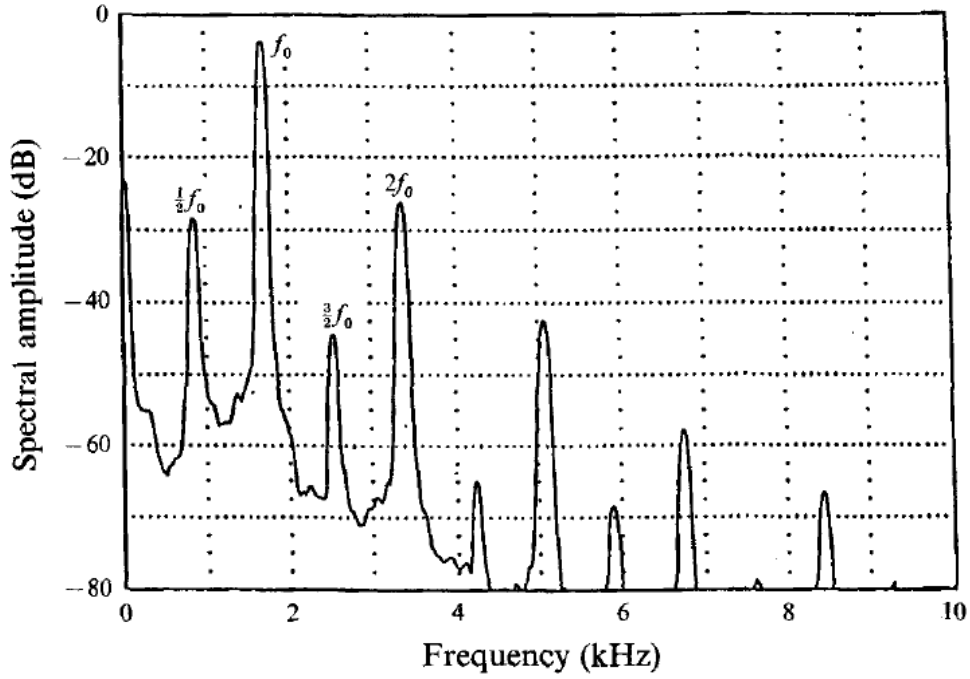
### 2.1 Evidencias experimentales

---

Ciertos chorros han sido observados experimentalmente por poseer oscilaciones autoexcitadas, sincronizadas a una frecuencia determinada. Este fenómeno se produce si el chorro es suficientemente caliente respecto al ambiente (Monkewitz et al., 1990), o si, como se observó por otro lado, en chorros compuestos de dos gases diferentes, la densidad del chorro es suficientemente pequeña con respecto a la del ambiente (Kyle & Sreenivasan, 1993). Se encontraron en ambos casos oscilaciones autoexcitadas sincronizadas por debajo de un valor crítico definido en el caso del chorro caliente como una relación de temperaturas entre la del ambiente y la del chorro,  $S = T_\infty/T_j$ , equivalente para el chorro de baja densidad, bajo la suposición de gas perfecto, a una relación de densidades entre la del chorro y la del ambiente,  $S = \rho_j/\rho_\infty$ .

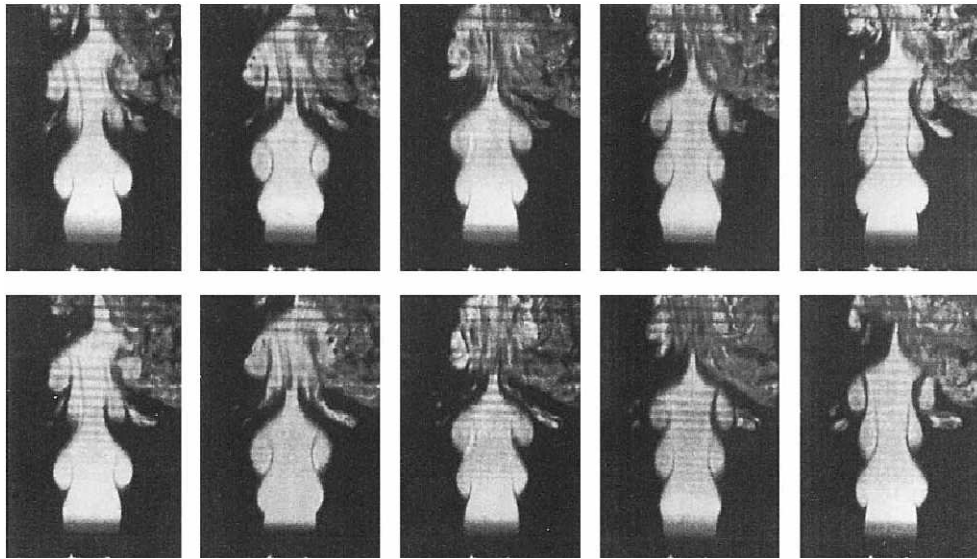
Kyle & Sreenivasan (1993), estudiaron la estabilidad de chorros axilsimétricos isoterms de mezclas de helio y aire descargando en aire. Descubrieron que se producían dos clases de inestabilidad en la zona cercana al inyector (*near field*) que dependían de los parámetros característicos del flujo. Por encima de un valor crítico de la relación de densidades de 0.6 del fluido con el ambiente, se observaban fluctuaciones en la capa de cortadura que evolucionaban del mismo modo que en los casos de chorros de densidad constante como se muestra en la figura 1.1. Sin embargo, cuando  $S$  es menor que ese valor crítico, se apreciaba una intensa inestabilidad oscilatoria. Visualizaron mediante una cámara de alta velocidad, que la estructura del modo oscilatorio se repetía periódicamente.

Por otro lado, observaron que la función de densidad espectral de potencia de este modo, como la representada en la figura 2.1 estaba dominada por un pico de frecuencia determinada de gran magnitud, su subarmónico y sus armónicos; una situación bastante improbable en chorros de densidad constante que sugiere la aparición de un nuevo fenómeno. Además, las imágenes estacionarias tomadas en el campo de salida del chorro, revelan que el espectro de potencia con picos está acompañado por vórtices de anillo extremadamente coherentes a lo largo de la columna del chorro, como se puede observar en la figura 2.2. Cuando la frecuencia dominante en una zona del flujo es el subarmónico, significa que ha tenido lugar el fenómeno denominado apareamiento de vórtices o *pairing*. Para que se produzca dicho fenómeno, los vórtices van enrollándose y avanzando aguas abajo, acercándose y llegando a rotar uno alrededor del otro hasta formar una nueva estructura vortical del doble de tamaño que la original; evolucionando temporalmente de forma periódica. Si el número de Reynolds es pequeño, puede no producirse el apareamiento de vórtices, aunque el caso sea absolutamente inestable, es decir, que la formación de vórtices será periódica, pero no llegarán a aparearse, entonces la frecuencia de oscilación será dominante en todo el núcleo potencial del chorro (Lesshafft, Huerre, & Sagaut, 2007).



**Figura 2.1:** Densidad espectral de potencia (PSD) de un chorro de helio descargando en aire ( $S=0.14$ ), que muestra su mayor pico en la frecuencia de oscilación  $f_0$ , seguida de su subarmónico  $\frac{1}{2}f_0$  y varios armónicos. Los datos fueron tomados 1,33 diámetros aguas abajo de la salida del inyector en la línea central del chorro. (Sreenivasan, Raghu, & Kyle, 1989)

Mientras que para el caso  $S>0.6$  encontraron que el espectro de frecuencias cerca del inyector está determinado por débiles perturbaciones de fondo cuya amplificación espacial posterior concuerda con la teoría de la estabilidad espacial, la frecuencia del modo oscilatorio ( $S<0.6$ ) tiene grandes similitudes con las predicciones basadas en la teoría espacio-temporal, pero no con la teoría espacial estándar que se explicará en el siguiente apartado.



**Figura 2.2:** Imágenes consecutivas de una película mostrando la distribución de aerosol en un plano axial del flujo ( $S=0.29$ ,  $Re=3025$ ,  $D/\theta=50$ ). Se recorre la secuencia de izquierda a derecha, comenzando por la fila superior. (Kyle & Sreenivasan, 1993)

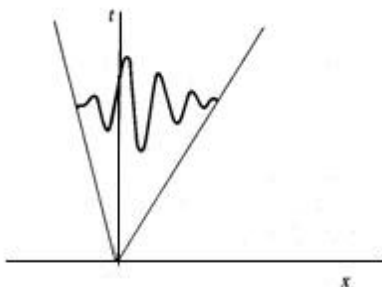
## 2.2 Fundamentos teóricos

Fue Michalke quien descubrió la amplificación de perturbaciones aguas abajo en chorros cuando la relación de densidad entre el chorro y el ambiente era menor que un cierto valor crítico (Michalke, 1970). Halló que en este caso la teoría espacial de la estabilidad fallaba. Más tarde, realizó una detallada revisión de dicha teoría, que se explicará a continuación, aplicada a chorros compresibles paralelos circulares (Michalke, 1984). Huerre & Monkewitz (1985) asociaron este comportamiento a una transición de la inestabilidad de convectiva a absoluta del núcleo potencial del flujo.

A partir de estas investigaciones, numerosos estudios han intentado explicar las condiciones y parámetros causantes del comportamiento inestable.

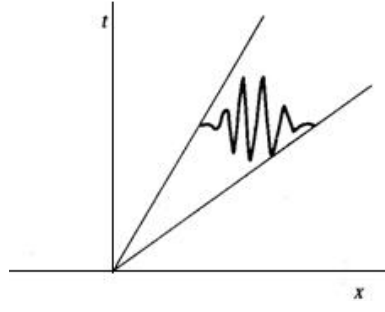
La inestabilidad aparece como consecuencia de la amplificación de las perturbaciones que se producen en el flujo al entrar en contacto con otro medio. Estas perturbaciones pueden evolucionar de dos formas diferentes en un medio inestable:

- La perturbación puede crecer y propagarse tanto aguas arriba como aguas abajo del origen de la misma, contaminando todo el flujo. Éste es el caso de una inestabilidad absoluta, que se ve representada en la figura 2.3. Estos flujos se comportan como osciladores que se mueven a una frecuencia determinada intrínseca. Dicha frecuencia es independiente de las perturbaciones del medio, prevaleciendo sobre otras posibles frecuencias forzadas desde el exterior. Estas oscilaciones se pueden caracterizar con un espectro de frecuencias como el de la figura 2.1.



**Figura 2.3:** Evolución espacio-temporal de una inestabilidad absoluta (Huerre & Monkewitz, 1990)

- La perturbación puede crecer y propagarse aguas abajo de su origen de forma que en todo punto del espacio, la perturbación acaba siempre por atenuarse. Es el caso de una inestabilidad convectiva que aparece esquematizada en la figura 2.4. Los flujos con este tipo de comportamiento se ha demostrado que se comportan como amplificadores de ruido, de modo que si se introdujera, por ejemplo, una fuente de sonido en la corriente, el flujo amplificaría el sonido aguas abajo, y volvería a su estado original una vez que la excitación externa cesara.



**Figura 2.4:** Evolución espacio-temporal de una inestabilidad convectiva (Huerre & Monkewitz, 1990)

Las observaciones experimentales anteriormente mencionadas, fueron pronto conducidas hacia la denominada teoría de la estabilidad espacial, que consiste a grandes rasgos en determinar el número de onda complejo asociado a cada frecuencia real, como estaba dictado por las propiedades lineales de los flujos paralelos (Michalke, 1965). La teoría lineal de la estabilidad describe el desarrollo en espacio y tiempo de perturbaciones infinitesimales alrededor del flujo base  $U(r; Re, S, \dots)$ , solución de las ecuaciones de movimiento del problema con las condiciones apropiadas (ver ecuaciones de Navier-Stokes del apartado 2.3). Como lo que se quiere es estudiar el comportamiento del flujo ante perturbaciones, se sustituye en las ecuaciones del problema las magnitudes de interés por magnitudes de un flujo base más unas perturbaciones suficientemente pequeñas, y se les aplica el principio de superposición. De este modo, el crecimiento de las perturbaciones puede ser descrito por una serie de ecuaciones lineales, y por consiguiente, una perturbación cualquiera puede ser representada como una superposición de componentes de Fourier y la evolución de cada una de ellas puede ser estudiada por separado mediante la sustitución en las ecuaciones. Las fluctuaciones del flujo base se muestran en forma de tren de ondas,  $\tilde{u} = \hat{u}e^{i(kx - \omega t)}$ , donde  $\hat{u}$  es la amplitud,  $\omega$  la frecuencia y  $k$  el número de onda.

La teoría lineal de la estabilidad puede ser una herramienta sencilla para constatar el momento en el que el flujo se hace inestable ante perturbaciones infinitesimales. En régimen lineal, para determinar la naturaleza de la inestabilidad, basta con determinar la función de Green (en tiempo y en espacio),  $G(x, t)$  de las ecuaciones linealizadas que caracterizan el flujo en el medio considerado. Se define la función de Green como impulso respuesta del flujo definido:

$$G(x, t) = \frac{\delta(x) \cdot \delta(t)}{D(k, \omega; \alpha)} \quad (2.1)$$

Se considera un medio unidimensional infinito según  $x$ . La transformada de Fourier-Laplace de esta función de Green se escribe:

$$G(k, \omega; \alpha) = \frac{1}{D(k, \omega; \alpha)} \quad (2.2)$$

En esta relación,  $k$  representa el número de onda,  $\omega$  la pulsación o frecuencia angular y  $\alpha$  designa de forma muy general, todos los otros parámetros que controlan el flujo (la relación de densidades,  $S$ , el número de Reynolds, el espesor de cantidad de movimiento  $\theta$ , etc.). En principio, el número de onda  $k$ , y

la frecuencia angular  $\omega$  son complejos. Se denomina relación de dispersión a  $D(k, \omega; \alpha)$ . Se puede expresar la función de Green  $G(x, t)$  como superposición de Fourier:

$$G(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{L_\omega} \int_{F_k} \frac{e^{i(kx - \omega t)}}{D(k, \omega; \alpha)} dk d\omega, \quad (2.3)$$

Donde  $L_\omega$  es un recorrido en el plano complejo de  $\omega$  y  $F_k$  es otro recorrido en el plano complejo de  $k$ . (Ver para más información, Coenen, 2010)

Los polos  $(k_0, \omega_0)$  de 2º orden en  $k$  de la ecuación (2.2) definidos por:

$$\frac{\partial D}{\partial k}(k_0, \omega_0; \alpha) = 0 \text{ y } D(k_0, \omega_0; \alpha) = 0 \quad (2.4)$$

son muy importantes puesto que corresponden a la unión (*pinching*) de dos ramas de soluciones,  $k_l(\omega; \alpha)$  y  $k_u(\omega; \alpha)$ , que tienen su origen en el semiplano complejo inferior y superior de  $\omega$  respectivamente. El punto de unión es  $k_0$ , llamado *pinching point*. La naturaleza de la inestabilidad está determinada por el signo de la parte imaginaria de  $\omega_0$ : si  $\text{Im}(\omega_0) > 0$ , el modo  $k_0$  es absolutamente inestable. Se puede detectar la transición entre una inestabilidad convectiva y absoluta cuando el *pinching* se produce sobre el eje  $\omega_i = 0$ . (Ravier, 2004)

### Aproximación temporal o espacial

En el caso general, se busca determinar  $k$  y  $\omega$ , los dos complejos a priori que son solución de  $D(k, \omega; \alpha) = 0$ . Para clasificar los flujos según su estabilidad y el carácter convectivo o absoluto de sus inestabilidades, se definen varios valores particulares para la frecuencia angular  $\omega$  y el número de onda  $k$ . Esta difícil aproximación es muy complicada, y se limita casi siempre a dos casos particulares<sup>1</sup>:

- Aproximación temporal: en este caso, se da un valor real a  $k$  y se determina  $\omega$  compleja. En los casos usuales, existe un único valor de  $k$ ,  $k_{max}$ , que cumple con el máximo ritmo de crecimiento  $\omega_i(k)$ , siendo  $(\omega_i)_{max} = \omega_i(k_{max})$ . Con esta definición, un primer criterio de clasificación de los flujos es: si  $(\omega_i)_{max} > 0$ , el flujo es inestable mientras que si  $(\omega_i)_{max} < 0$ , el flujo es linealmente estable.
- Aproximación espacial: en esta situación, se da un valor real a  $\omega$  y se determina  $k$  complejo, el número de onda  $k_0$  correspondiente al modo del cual la velocidad del grupo es nula juega un papel particular, siendo  $\omega_{0,r} = \omega_r(k_0)$  la frecuencia absoluta y  $\omega_{0,i} = \omega_i(k_0)$  el ritmo de crecimiento absoluto. El número complejo  $\omega_0$  corresponde a una rama algebraica de  $k(\omega)$  en el plano complejo de  $\omega$ ;  $k_0$  es un punto “silla” de  $\omega(k)$ .

---

<sup>1</sup> Se distinguen las partes real e imaginarias de  $\omega$  y  $k$  por los subíndices  $r$  e  $i$  respectivamente.

### Criterio de Briggs

El criterio de Briggs permite clasificar los flujos según el valor de  $\omega_0$ . Si está en el semiplano complejo superior ( $\omega_{0,i} > 0$ ), el flujo es absolutamente inestable. En caso contrario, si  $(\omega_i)_{\max} > 0$ , el flujo es convectivamente inestable. (Briggs, 1964)

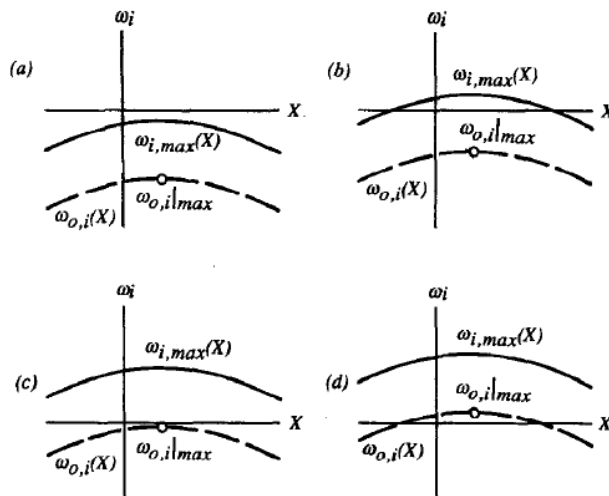
En la explicación desarrollada hasta ahora, la variación del flujo medio según la dirección  $x$  no ha sido tomada en cuenta. De hecho, todo lo que precede se aplica para un estudio local, es decir, para un dominio limitado centrado en torno a un punto. Cuando lo que interesa es el flujo en su conjunto, otros tipos de modos pueden aparecer.

### Inestabilidad local y global

Si el desarrollo espacial del flujo es lento comparado con una longitud de onda típica, se puede demostrar que existe una relación entre la inestabilidad global del flujo y la evolución de las características de la inestabilidad local a lo largo de la coordenada  $x$  en la dirección del flujo (Huerre & Monkewitz, 1990). Para caracterizar esta evolución espacial del perfil, se define una escala  $L$  tal que  $\frac{1}{L} \approx \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dx} \ll 1$ . Siendo  $\theta$  el espesor de cantidad de movimiento. Si  $\lambda$  designa la longitud de onda de los modos estudiados, se utiliza una nueva escala espacial  $X$  definida por:

$$X = \frac{\lambda}{L} x \quad (2.5)$$

Si, en el flujo, existe una zona de valores de  $X$  donde  $(\omega_{0,i})_{\max}(X) > 0$  entonces el flujo es absolutamente inestable y las oscilaciones autoexcitadas pueden aparecer mientras que si existe una zona tal que  $\{(\omega_i)_{\max}(X) > 0; (\omega_{0,i})_{\max}(X) < 0\}$ , el flujo es convectivamente inestable. Las oscilaciones autoexcitadas en todo el flujo son el signo de un modo global. En la figura 2.5 se ofrece un esquema de clasificación de los flujos.

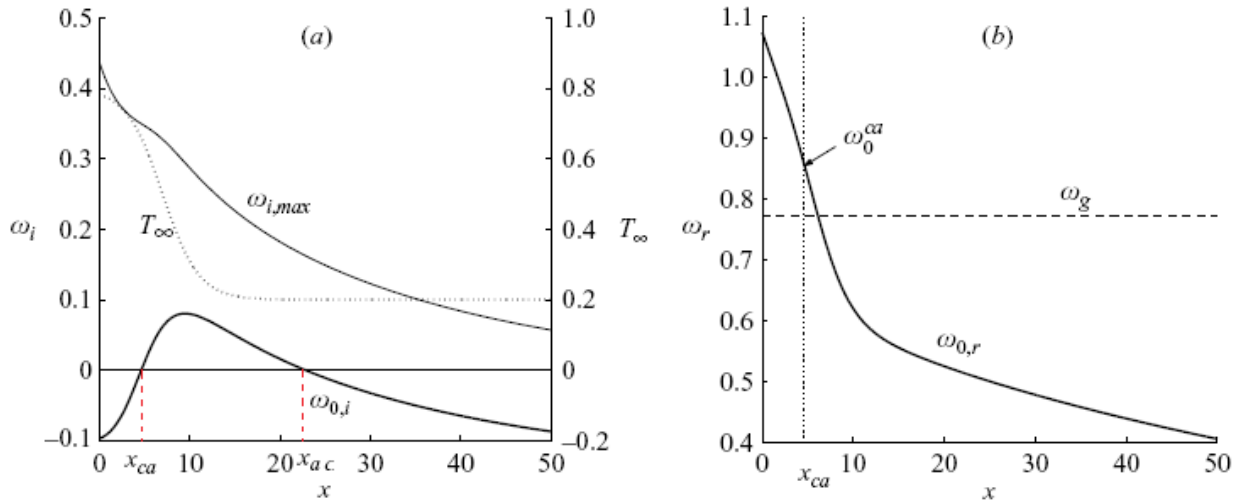


**Figura 2.5:** Clasificación de los flujos con capa de cortadura desarrollados espacialmente con respecto a la distribución de inestabilidad local en la dirección del flujo. (a) uniformemente inestable, (b) localmente convectivamente inestable, (c) casi absolutamente inestable, (d) región aislada de inestabilidad absoluta (Huerre & Monkewitz, 1990)



Lesshafft *et al.*, (2006) llevaron a cabo simulaciones numéricas de un chorro caliente para determinar si los estados sincronizados correspondían a un modo global no lineal del núcleo potencial del flujo. Para ello, estudiaron dos configuraciones distintas: una pequeña área de inestabilidad absoluta insertada dentro de un flujo convectivamente estable, y por otro lado, una familia de chorros calientes con condiciones de entrada absolutamente inestables. Sus conclusiones fueron que en ambos casos las autoexcitaciones sincronizadas son la manifestación de un modo global no lineal.

Examinaron las propiedades de las oscilaciones sincronizadas en un chorro que muestra una transición desde una inestabilidad convectiva en la entrada hacia una inestabilidad absoluta dentro de una región de extensión finita en la dirección del flujo, con este fin concibieron un flujo base en el cual el desarrollo en la dirección del flujo del ritmo de crecimiento absoluto,  $\omega_{0,i}$  es controlado por una variación prescrita de la temperatura ambiente  $T_\infty(x)$ .



**Figura 2.6:**(a) Ritmo local absoluto  $\omega_{0,i}$ , ritmo de crecimiento máximo  $\omega_{i,max}$  y temperatura ambiente  $T_\infty$  como función de la distancia en dirección del flujo  $x$ . (b) Comparación de la frecuencia local absoluta  $\omega_{0,r}(x)$  y la frecuencia global observada  $\omega_g$ . (Lesshafft et al., 2006)

En la figura 2.6 (a), se representa el ritmo de crecimiento local absoluto,  $\omega_{0,i}$ , y el máximo,  $\omega_{i,max}$ , y la temperatura ambiente como función de la distancia  $x$  en la dirección del flujo. Se observa que el flujo base es convectivamente inestable en la región que ocupa desde el origen (entrada del chorro) a  $x^{ca}$ ; ya que  $\omega_{0,i}$ , el crecimiento absoluto tiene un valor negativo y además el índice de crecimiento temporal máximo,  $\omega_{i,máx}$  es positivo.

Debido al ratio de temperatura decreciente, la inestabilidad absoluta prevalece en la región central entre  $x^{ca} < x < x^{ac}$ , ( $\omega_{0,i} > 0$ ). Aguas abajo de  $x$ , la propagación del chorro induce a  $\omega_{0,i}$  a tomar valores negativos, y por tanto el flujo retorna a una inestabilidad convectiva. Se observa que se cumple siempre,  $\omega_{i,máx} \geq \omega_{0,i}$  ya que,  $\omega_{i,máx}$  representa un máximo. De esta forma se explica el criterio de transición.

En la figura 2.6 (b) se muestran las variaciones correspondientes de la frecuencia absoluta,  $\omega_{0,r}$ , y de la frecuencia global observada  $\omega_g$  como función de la distancia  $x$  aguas abajo, en la dirección del flujo.

En resumen, las situaciones globalmente inestables están caracterizadas por la aparición de oscilaciones autoexcitadas sincronizadas que dan lugar al crecimiento de anillos de vórtices altamente regulares. Si se somete al flujo a una perturbación arbitraria, un flujo estacionario globalmente inestable se bifurcará y se establecerá en un nuevo régimen organizado con oscilaciones muy regulares. Este nuevo estado se denomina modo global, y sus oscilaciones están sincronizadas con una frecuencia global bien definida. Si el flujo sin perturbar es en todas partes localmente convectivamente inestable, las perturbaciones externamente inducidas se amplifican, pero el flujo es globalmente estable. En ausencia de continuas fuerzas, retornará a un estado estable finalmente. No obstante, en presencia de una región del flujo localmente inestable absolutamente, el flujo puede bifurcarse en un modo global (Lesshafft, Huerre, & Sagaut, 2007).

En la mayor parte de estas investigaciones, los chorros simulados o con los que se ha experimentado, son inducidos por una perturbación inicial o una serie de condiciones idealizadas para obtener un determinado comportamiento.

### 2.3 Descripción y formulación del chorro

Se considera un chorro de densidad  $\rho_j$  y viscosidad  $\mu_j$ , descargando por un inyector circular de radio  $R$ , en una atmósfera infinita de densidad  $\rho_\infty$ , mucho mayor que la del chorro. Se va a estudiar el caso isoterma en el que el ambiente y el chorro tienen la misma temperatura. Los efectos de la flotabilidad son despreciables, lo que significa que el número de Richardson,  $Ri = \frac{(\rho_\infty - \rho_j)gR}{\rho_j U_j^2} \ll 1$ . Por otro lado, el número de Reynolds se considera moderadamente alto,  $Re = \frac{\rho_j U_j R}{\mu_j} \gg 1$ . Aquí  $U_j$  es la velocidad media de descarga del chorro a la salida del inyector, que basada en el caudal de descarga  $Q$ , puede escribirse como:  $U_j = Q/(\pi R^2)$ . Además, el número de Mach ( $M = U_j/c_o$  siendo  $c_o$  la velocidad del sonido en el fluido) se considera muy pequeño por lo que el fluido puede ser considerado como incompresible.

Al describir el campo fluido del chorro, hay que tener en cuenta la mezcla del chorro con el ambiente, que determina las distribuciones de las propiedades de la densidad y de transporte en la región de desarrollo del chorro como una función de su composición. Se define la relación de densidad del chorro con el ambiente en función del peso molecular de dicho chorro  $\bar{W}_j$  o de su densidad  $\rho_j$  y de las correspondientes del aire ambiente ( $\bar{W}_\infty$  y  $\rho_\infty$ ), como:

$$S = \frac{\rho_j}{\rho_\infty} = \frac{\rho_j}{\rho_{\text{aire}}} = \frac{\bar{W}_j}{\bar{W}_\infty} = \frac{\bar{W}_j}{\bar{W}_{\text{aire}}} \quad (2.6)$$

## 2. ESTADO DEL ARTE

Para predecir el comportamiento de un flujo base cualquiera  $U(r; Re, S, \dots)$  ante la acción de pequeñas perturbaciones introducidas desde el exterior,  $\tilde{u}$  se emplean las ecuaciones de la dinámica de fluidos. Las ecuaciones de Navier-Stokes para un chorro de densidad variable bajo un número de Mach pequeño y con las condiciones de contorno apropiadas (siendo  $\mathbf{u} = U\mathbf{e}_x + \tilde{\mathbf{u}}$ ), se expresan del siguiente modo:

La ecuación de la continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.7)$$

La ecuación de cantidad de movimiento:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \left\{ \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] - \frac{2}{3} \nabla (\mu \nabla \cdot \mathbf{u}) \right\} \quad (2.8)$$

La ecuación de la energía en este caso no se toma en cuenta puesto que es isoterma. No obstante, para determinar las propiedades de la densidad y el transporte, que son función de la composición, hay que integrar las ecuaciones de conservación de las especies. Como es una mezcla binaria, se puede expresar la fracción másica de la especie más ligera como  $Y$  (el helio en este caso), y en consecuencia la fracción másica de la especie más pesada se escribirá  $1 - Y$ .

Si se halla la combinación de los pesos moleculares medios de las especies participantes,  $\bar{W}_{He}$  y  $\bar{W}_{aire}$  (que se asimilará al del nitrógeno por ser su componente mayoritario), la relación de densidades  $S$ ; la fracción másica del componente más ligero a la salida del chorro ( $Y = Y_j$ ), se escribe como:

$$Y_j = \frac{S_{HeAir}}{1 - S_{HeAir}} \cdot \frac{1 - S}{S} \quad (2.9)$$

Donde  $S_{HeAir}$  es la relación de densidad entre el helio y el aire:

$$S_{HeAir} = \frac{\bar{W}_{He}}{\bar{W}_{Air}} \approx \frac{\bar{W}_{He}}{\bar{W}_{N_2}} \cong \frac{1}{7} \quad (2.10)$$

La densidad del chorro  $\rho$ , para cada punto, normalizada con su valor a la salida del chorro  $\rho_j$ , puede expresarse como:

$$\rho = \frac{1}{\frac{(1-S)Y}{Y_j} + S} \quad (2.11)$$

La ecuación de conservación correspondiente para el helio es,

$$\rho \left( \frac{\partial Y}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla Y \right) = \frac{1}{Re Sc} \nabla \cdot (\rho \nabla Y) \quad (2.12)$$

El número de Schmidt,  $Sc$ , basado en la viscosidad y la densidad a la salida del chorro se puede expresar como,

$$Sc = \frac{1}{S} \cdot \frac{\bar{W}_{N_2}}{\bar{W}_{He}} \cdot \frac{\mu_j}{\mu_{He}} \cdot Sc_{He-N_2} \quad (2.13)$$

## 2. ESTADO DEL ARTE

donde  $Sc_{He-N_2} = \mu_{He}/(\rho_{He}D)$  es el número de Schmidt basado en las propiedades del helio y el coeficiente binario de difusión,  $D$ , de helio en nitrógeno. Dado que  $D$  es función solamente de la presión y la temperatura, es una constante para este caso isoterma, por tanto en condiciones atmosféricas normales,  $Sc_{He-N_2} = 1.69$ .

La ley propuesta por Hirschfelder *et al.* (1954) explica la dependencia con la composición que tiene la viscosidad,  $\mu(Y)$ , a través de la fórmula:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{He}} = \left(1 + 1.385 \cdot Sc_{He-N_2} \frac{\bar{W}_{He}}{\bar{W}_{N_2}} \frac{1-Y}{Y}\right)^{-1} + \left(\frac{\mu_{He}}{\mu_{N_2}} + 1.385 \cdot Sc_{He-N_2} \frac{Y}{1-Y}\right)^{-1} \quad (2.14)$$

En cualquier posición del chorro, la viscosidad  $\mu$ , adimensionalizada con  $\mu_j$  se puede calcular gracias a la siguiente expresión,

$$\mu = \left(\frac{\mu_j}{\mu_{He}}\right)^{-1} \left(\frac{\mu^*}{\mu_{He}}\right) \quad (2.15)$$

Otros parámetros importantes por su influencia en el chorro, o su utilización para describir las propiedades del mismo, son:

- El espesor de cantidad de movimiento que se define como:

$$\theta = \int_0^{r_1} \frac{U(r)}{U_j} \left[1 - \frac{U(r)}{U_j}\right] dr \quad (2.16)$$

Siendo  $r_1$ , el valor radial más alejado del eje para el que se han tomado datos de velocidad y  $U(r)$  la distribución radial de velocidades para un valor de  $x$ .

- El número de Strouhal, que representa la frecuencia de forma adimensional, basado en el radio del inyector se define como:  $St = \frac{f \cdot 2R}{U_j}$ .

### 3 IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT

---

El análisis mediante dinámica de fluidos computacional (CFD) permite simular el comportamiento de flujos, los fenómenos de transferencia de calor y masa, y las reacciones químicas, a través de la resolución numérica de las ecuaciones que gobiernan los fluidos. Las simulaciones CFD tienen la ventaja de aportar una gran cantidad de datos, la alta fiabilidad y precisión de sus resultados y su bajo coste económico. Su limitación reside en la capacidad de los microprocesadores que se utilizan, por lo que la malla debe ser el resultado de un compromiso entre la precisión y el tiempo de simulación.

En este proyecto se han realizado diversas simulaciones numéricas del chorro expuesto en el apartado 2.3, en 2 dimensiones mediante el código FLUENT que es un código comercial CFD, versión 6.3.26 en modo 2ddp. La opción 2ddp se utiliza para seleccionar el solver bidimensional de doble precisión, que consecuentemente aumenta la precisión, y el rango máximo y mínimo que pueden alcanzar las magnitudes que se van a calcular.

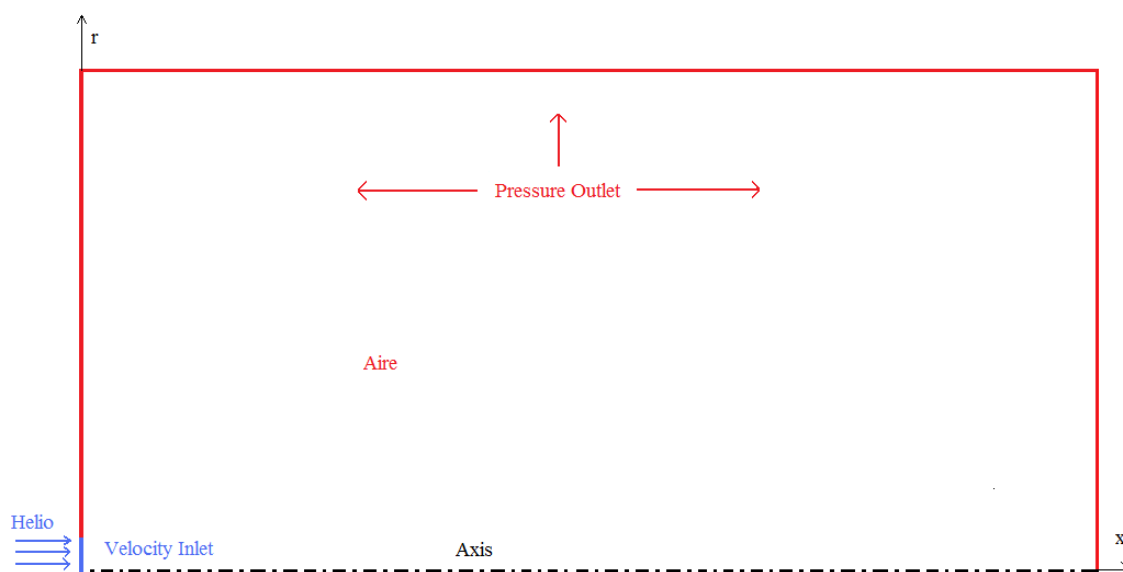
#### 3.1 Discretización del dominio espacial/ Generación del mallado

---

Antes de comenzar la simulación en FLUENT, es necesario crear la malla en el programa GAMBIT 2.4.6. Este software permite crear mallas de diferentes geometrías; que después se exportan a FLUENT donde se pueden refinar, y además cambiar las condiciones de contorno asignadas en GAMBIT entre otros aspectos. En este caso, se creó una malla rectangular, que aparece en la figura 3.2, con 24861 nodos de un tamaño de 200mx100m, teniendo en cuenta que el inyector tiene un radio de tamaño unitario,  $R$ , el dominio de cálculo se extiende 100 veces el tamaño del radio en dirección radial y 200 veces en dirección axial. El tamaño mínimo del lado de una celda es  $\Delta x_{\min} = \Delta r_{\min} = 8.84 \cdot 10^{-2}m$ .

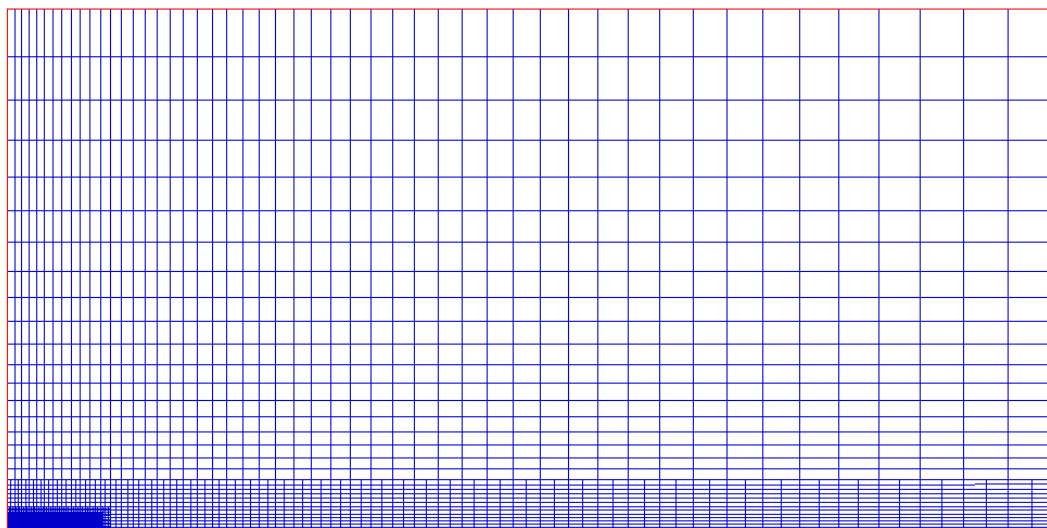
Dado que se está estudiando un chorro axilsimétrico, la línea que se representa en la parte inferior de la figura 3.1 es el eje de simetría, condición *axis*. Por otro lado, el inyector tiene un radio unitario, donde se ha impuesto la condición de *velocity inlet* con un perfil de velocidad constante, el resto de las paredes son fronteras libres que tienen como condición *pressure outlet*. En el momento inicial solamente hay aire sin velocidad en la malla.

### 3. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT

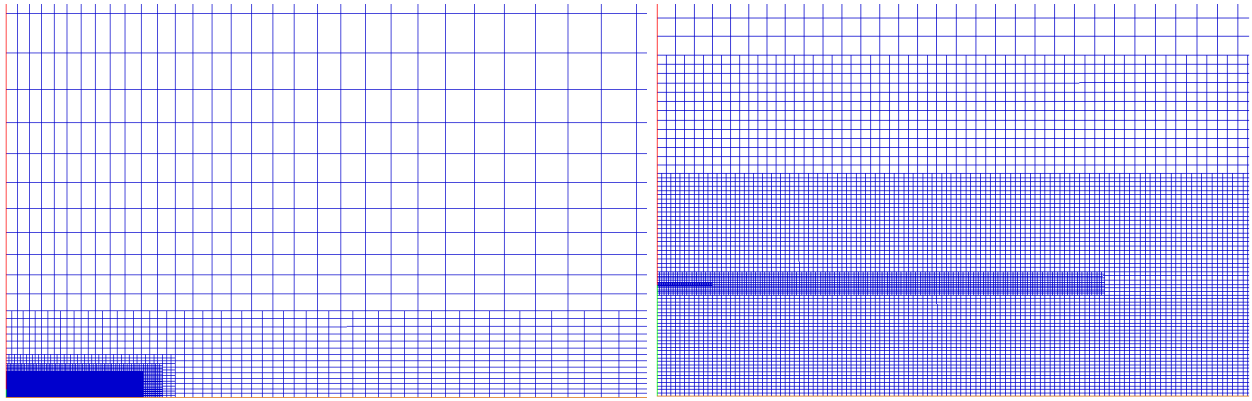


**Figura 3.1:** Esquema de condiciones de contorno

Lo particular del mallado es que ha sido diseñado para que las celdas tuvieran el aspecto más cuadrado posible. Cada nivel de refinamiento divide una celda en cuatro subceldas cuadradas con la mitad de lado. Se ha intentado guardar una transición suave en lo que se refiere al número de celdas entre zonas contiguas para minimizar los errores de cálculo. Se ha creado un mallado más refinado en el área de descarga del chorro y en la zona inicial de mezclado entre el chorro y el aire ambiente, como se puede observar en la figura 3.3. La resolución disminuye a medida que nos alejamos de la zona de entrada como se ve en la figura 3.2.



**Figura 3.2:** Imagen de la malla utilizada en FLUENT



**Figura 3.3:** Detalles de la zona de entrada. En la imagen derecha se observa la parte más refinada de la malla.

## 3.2 Simulación en FLUENT

A continuación se van a describir los pasos para poner en marcha la simulación, con las opciones que se han elegido.

### Modelo

Se accede al menú *Define*→*Models*→*Solver*, se selecciona *Pressure Based* que se refiere al cálculo con ecuaciones desacopladas; por otro lado, se escoge un modelo axisimétrico (*axisymmetric*), de formulación implícita (*implicit*), y de velocidad absoluta. En primer lugar, se ha puesto en marcha una simulación estacionaria, eligiendo la opción *steady*. Después de haber realizado los pasos siguientes y tras iterar, se ha observado el aspecto de los residuos y las líneas de corriente. Se selecciona la opción *unsteady* implícito de 2º orden (*2st Order Implicit*). Para *Gradient Option* se ha elegido *Green-Gauss Cell Based*; y en *Porous Formulation*, *Superficial Velocity*. Se ha escogido dentro de *Viscous Model*, el modelo *Laminar* por ser el que más se adapta al caso.

Dentro de *Species Model*, se ha señalado *Species Transport*, y para *Mixture Material*, se ha elegido *mixture-template*. Se han escogido como especies de la mezcla, helio y aire, y se han impuesto las siguientes propiedades: *density* → *incompressible-ideal-gas*,  $C_p$  → *mixing-law*, *thermal conductivity*→*constant* (0.0454(w/mk)), *viscosity*→*ideal-gas-mixing-law*, *Mass Diffusivity*→*constant-dilute-appx* con el valor del coeficiente de difusión binario de helio en aire (se ha elegido un valor de  $7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  de acuerdo con la referencia Glasgow, 2010).

### Condiciones de operación

Se pueden modificar las condiciones de operación a través del menú *Define*→*Operating Conditions*. En este caso, se ha seleccionado una presión de referencia de 101325 Pa en el punto de referencia  $x=0 \text{ m}$ ,  $y=0 \text{ m}$ . Se desprecia el efecto de la gravedad en nuestro problema, por lo que la casilla *Gravity* no se ha activado.

#### Condiciones de contorno

Mediante el menú *Define* → *Boundary Conditions* se pueden imponer y modificar las distintas condiciones.

La región interior se define como *default-interior*, el fluido aparece definido como *fluid*, y el eje como *axis*. El resto de paredes, exceptuando la entrada del chorro, son fronteras de tipo contorno libre, definidas en el problema como *Pressure-outlet*, con un valor de *Gauge Pressure*=0, por ser igual que la de referencia de las condiciones de operación. Para *Blackflow Direction Specification Method*, se ha seleccionado *Normal to Boundary* para la pared superior; mientras que para los lados izquierdo y derecho, de entrada y salida del chorro, se ha elegido la opción *From Neighboring Cell*.

El orificio de entrada del chorro se define con la condición *velocity inlet*. El valor de la velocidad es diferente para cada uno de los valores de la relación de densidad y número de Reynolds con los que se ha trabajado; pero mantiene el rasgo de ser axial, de tener una temperatura de 300K y un perfil de velocidad constante en el inyector para todos los casos.

Se recuerda que el valor de la velocidad de descarga del chorro, se obtiene a partir de:

$$U_j = \frac{Re \cdot \mu_j}{\rho_j \cdot R} = \frac{Re \cdot \mu_j}{S \cdot \rho_\infty} \quad (3.1)$$

Se fija un valor del número de Reynolds, y para éste se realizarán una serie de casos en los que se variará  $S$  o viceversa. El valor de  $\mu_j$  se halla a través de la fórmula (2.14) sustituyendo  $Y$  por  $Y_j$ , que se ha calculado a partir de la expresión (2.9).

#### Creación de líneas y puntos

Se han creado cuatro puntos en  $r=1$ , y  $x=\{1,2,4,10\}$  que sirven para realizar un seguimiento de la velocidad axial a lo largo del tiempo (*Solve* → *Monitors* → *Surface*), para así posteriormente poder obtener la frecuencia de oscilación del flujo.

Por otro lado, se han trazado 4 líneas entre  $0 \leq r \leq 100$  para las posiciones de  $x = \{0; 0.01; 0.1\}$ , de este modo se puede estudiar el perfil de velocidades cerca de la zona de descarga del chorro, y el espesor de cantidad de movimiento.

Para obtener los diagramas espacio-temporales en algunos casos se creó una línea en  $r=1$ , para  $0 \leq x \leq 25$ .

#### Resolución y criterio de convergencia

Para la resolución se ha empleado un esquema de discretización de segundo orden: *Solve* → *Controls* → *Solution*, para ello se selecciona *Discretization* → *Second Order Upwind*; por otro lado se ha seleccionado el método *PISO* para *Pressure-Velocity Coupling*, por ser el método más adecuado para problemas transitorios, deseleccionando la opción *Skewness-Neighbor Coupling*.



A través de *Solve*→*Monitors*→*Residual*, se ha fijado el criterio de convergencia para todas las ecuaciones involucradas (*continuity*, *x-velocity*, *y-velocity*, *helium*, *energy*) al valor de  $10^{-6}$ . De este modo, mientras FLUENT resuelve las ecuaciones de forma iterativa muestra en pantalla el valor residual asociado a cada ecuación que está resolviendo, expresando de esta forma la exactitud de la solución.

#### Inicialización del caso

Hay que inicializar el campo de velocidades y presiones para poner en marcha el método iterativo de resolución, para ello nos dirigimos a *Solve*→*Initialize*→*Initialize* y se ponen todos los valores a cero (el ambiente no tiene helio y está quieto), excepto el de la temperatura que es 300K para todas las zonas. Después se selecciona *Init*.

#### Elección del paso de tiempo (*time step*)

Cuando el caso es inestable hay que escoger el paso de tiempo, y el número máximo de iteraciones por time step.

Hay que tener en cuenta las condiciones de estabilidad, de modo que el paso de tiempo tiene que cumplir una serie de condiciones. Para asegurar la estabilidad numérica del algoritmo y evitar la generación de oscilaciones, se deben imponer una serie de criterios:

$$\Delta t < \frac{Re}{2} \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta r^2} \right)^{-1}, \quad \Delta t < \frac{\Delta x_{min}}{|u_{max}|}, \quad \Delta t < \frac{\Delta r_{min}}{|v_{max}|} \quad (3.2)$$

Donde  $|u_{max}|$  y  $|v_{max}|$  son los valores máximos absolutos que ocurren en la malla. Las dos últimas expresiones son las célebres condiciones de Courant- Friedrichs-Lewy (CFL). Ellos afirmaron que ninguna partícula puede recorrer una distancia mayor que  $\Delta x$  o  $\Delta r$  en un tiempo  $\Delta t$ . En este caso se eligió un valor de paso fijo de tiempo que satisficiera la condición de estabilidad para todos los pasos de tiempo.

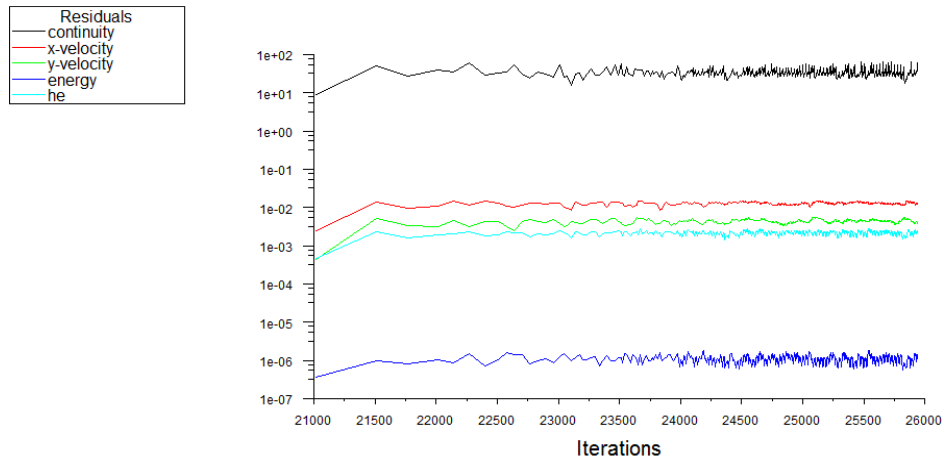
El número máximo de iteraciones por paso de tiempo se ha escogido de modo que haya convergencia en cada time step.

### 3.3 Ejemplo de resolución de un caso

Para poder encontrar la frontera de transición absoluta-convectivamente inestable del comportamiento del chorro han tenido que realizarse múltiples casos. El mejor modo de describir el proceso de resolución, es explicando uno de ellos, por ejemplo, el caso para  $Re=1000$  y  $S=0.35$ .

En primer lugar, para inicializar el caso se elige la opción estacionaria del *Solver* (*steady*), y se realizan una serie de iteraciones, fijándose en el comportamiento del chorro. Algunos de los resultados obtenidos tras las más de 26000 iteraciones se muestran en las figuras 3.4, 3.5, y 3.6.

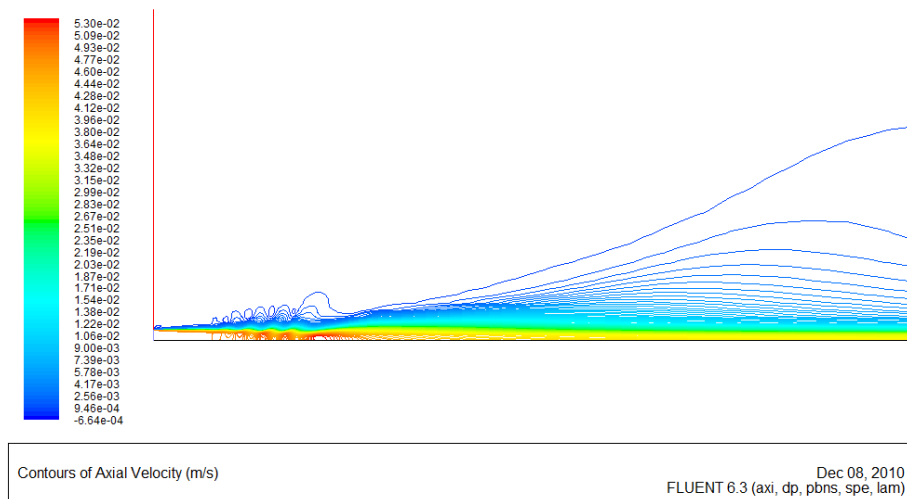
### 3. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT



**Figura 3.4:** Residuos para  $Re=1000$ ,  $S=0.35$  en la opción estacionaria

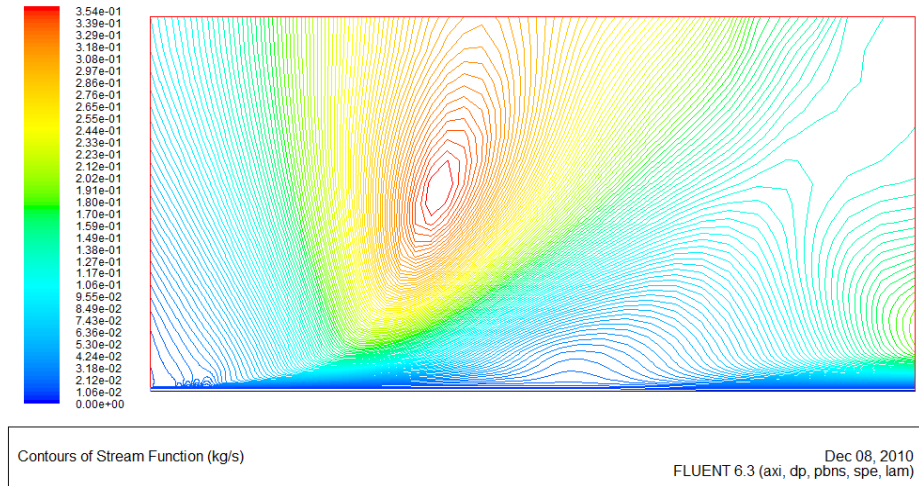
En primer lugar, hay que señalar que los residuos son muy elevados tal y como muestra la figura 3.4, sobre todo para la ecuación de la continuidad, por lo que se pone en evidencia que el modelo escogido no resuelve bien el caso.

Por otro lado, en las figuras 3.5 y 3.6 se observa el comportamiento del chorro con el modelo estacionario impuesto. Este proceso iterativo se utiliza para tener una condición inicial más realista para el cálculo no estacionario posterior.



**Figura 3.5:** Velocidad axial (m/s) en la zona de entrada para  $Re=1000$ ,  $S=0.35$

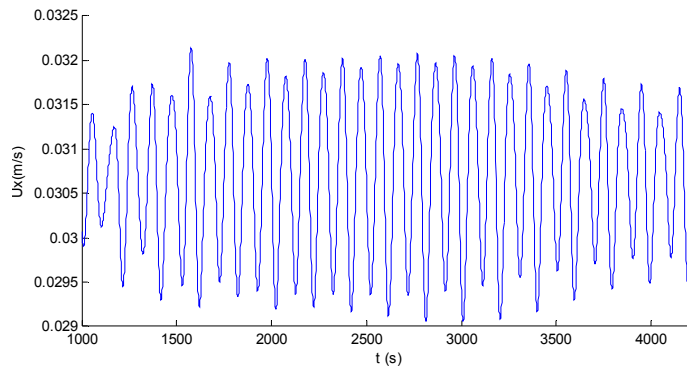
### 3. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT



**Figura 3.6:** Líneas de corriente (kg/s) para  $Re=1000$ ,  $S=0.35$

Se cambia a no estacionario (*unsteady*), se activan los gráficos de velocidad axial para los puntos creados previamente (que se calculan para cada time step), y se elige un valor de paso de tiempo que cumpla los criterios de estabilidad (para este caso se eligió 1 segundo) y el número de iteraciones máximo por time step (que se escoge buscando la convergencia en cada time step).

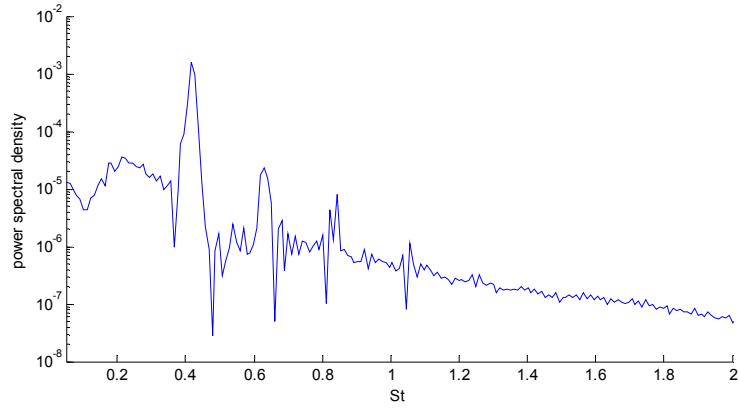
Para poder hallar la frecuencia dominante de cada caso, se ha utilizado la densidad espectral de potencia (PSD), mediante la herramienta *pwelch(x)* de MATLAB, que estima la densidad espectral de potencia de la señal de entrada de un vector  $x$  usando el método de Welch. PSD está calculado en unidades de potencia por radianes por muestra (ver referencia de MATLAB para más información). En este caso el vector  $x$ , está formado por los valores de la velocidad axial recogidos en el tiempo para una posición concreta, como los que aparecen en la figura 3.7.



**Figura 3.7:** Velocidad axial en función del tiempo en la posición  $x=1$ ,  $r=1$ . Caso:  $S=0.35$ ,  $Re=1000$

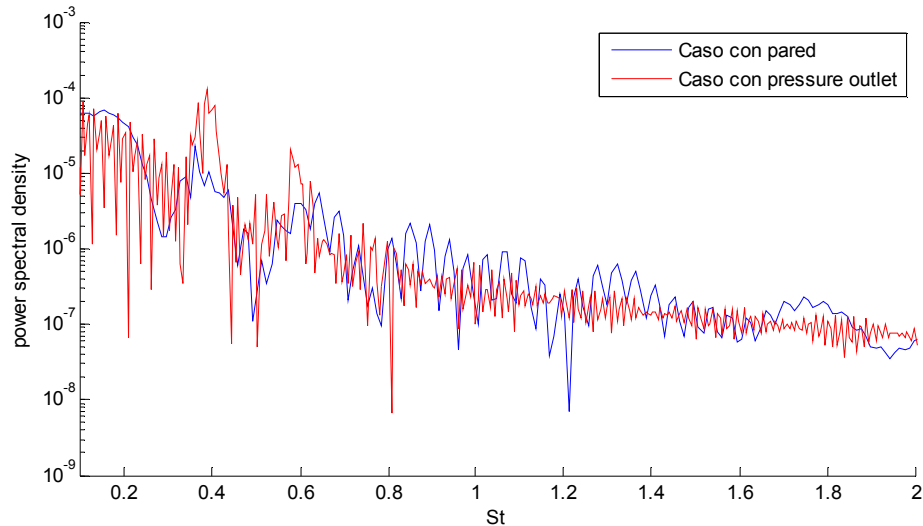
A partir de estos datos, se calcula el PSD de las frecuencias existentes que se escriben de forma adimensional mediante el número de Strouhal. El objetivo es comprobar si existe una frecuencia para el que el PSD sea considerablemente mayor, es decir, que haya un pico en el gráfico tal y como se aprecia en la figura 3.8. Este estudio se va a realizar tomando datos para 4 posiciones distintas  $r=1$ , y  $x=\{1,2,4,10\}$ .

### 3. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT



**Figura 3.8:** Densidad espectral de potencia en función de St para el caso  $S=0.35$ ,  $Re=1000$ ,  $x/R=1$

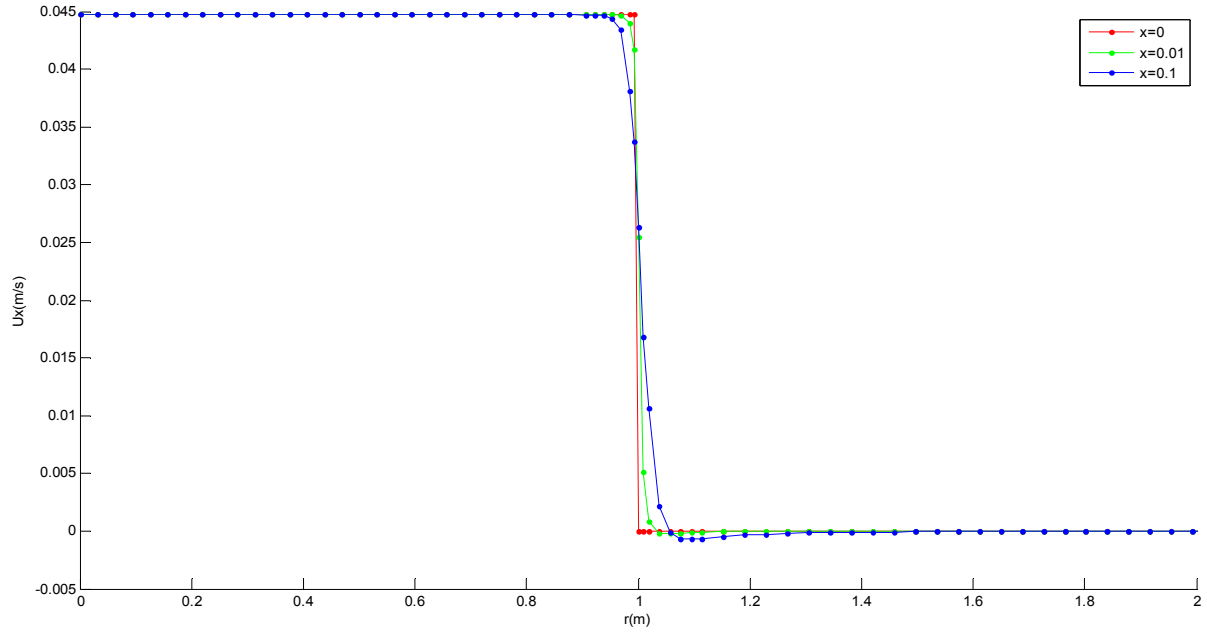
A la hora de seleccionar las condiciones idóneas de contorno, la condición que planteó más dudas fue la de la entrada, contigua a la de descarga del chorro con condición *velocity inlet*, para la que finalmente se empleó *pressure outlet*. La otra posibilidad era escoger una pared (*wall*); para tomar tal decisión se estudió un caso bajo cada una de estas condiciones ( $S=0.375$ ,  $Re=1000$ ), comparando las diferencias de los resultados.



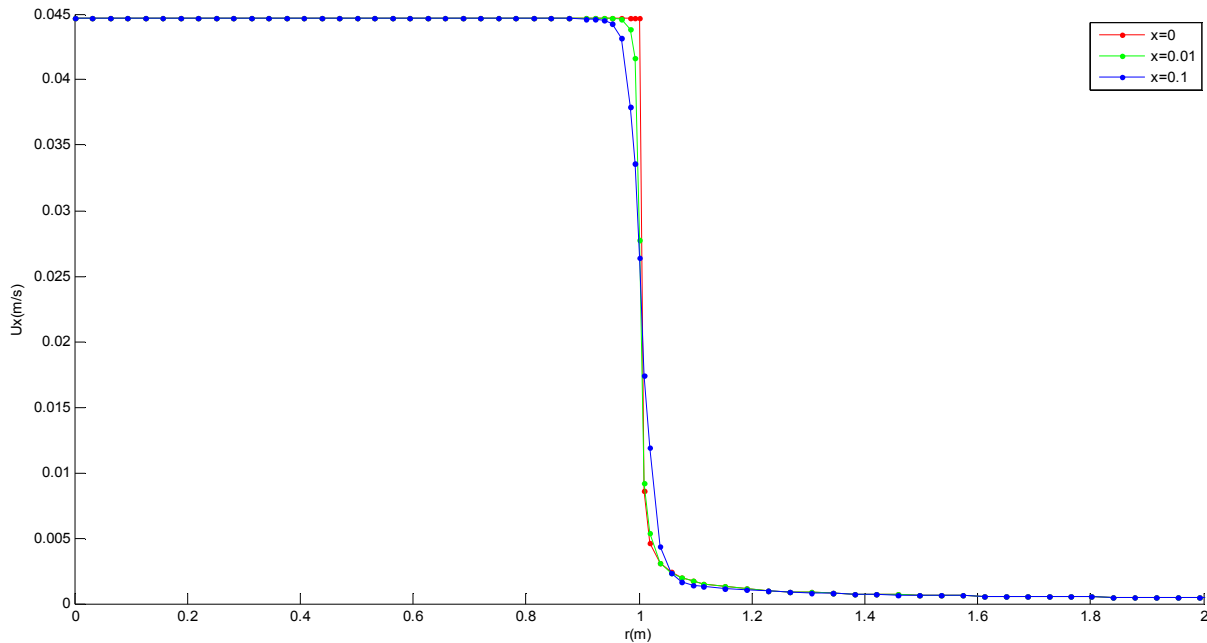
**Figura 3.9:** PSD en función de St para el caso  $S=0.375$ ,  $Re=1000$  con distintas condiciones de contorno en la posición  $x=1$ ,  $r=1$

En lo que se refiere al número de Strouhal, aunque el caso con la condición de pared sigue la tendencia de la densidad espectral de frecuencias del caso de *pressure outlet* no obtiene unos resultados tan evidentes, el pico correspondiente a la frecuencia de oscilación no es tan marcado tal y como se observa en la figura 3.9, y de hecho cuesta intuir si es la frecuencia de oscilación. Por otro lado, si se examinan los perfiles promediados de velocidades dibujados en las figuras 3.10 y 3.11; se aprecia que aunque para  $x=0$ , el perfil de velocidad en el caso de la pared es un perfecto y esperado perfil top-hat que no se encuentra para el caso de *pressure outlet*, los perfiles entre  $0 < x < 1$  toman valores negativos de la velocidad, lo que indica una mala resolución del caso.

### 3. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT



**Figura 3.10:** Perfil de velocidades (velocidad axial en función de la distancia radial en varias posiciones de  $x$ ) promediado en el tiempo, para el caso con condición "pared" ( $Re=1000$ ,  $S=0.375$ )



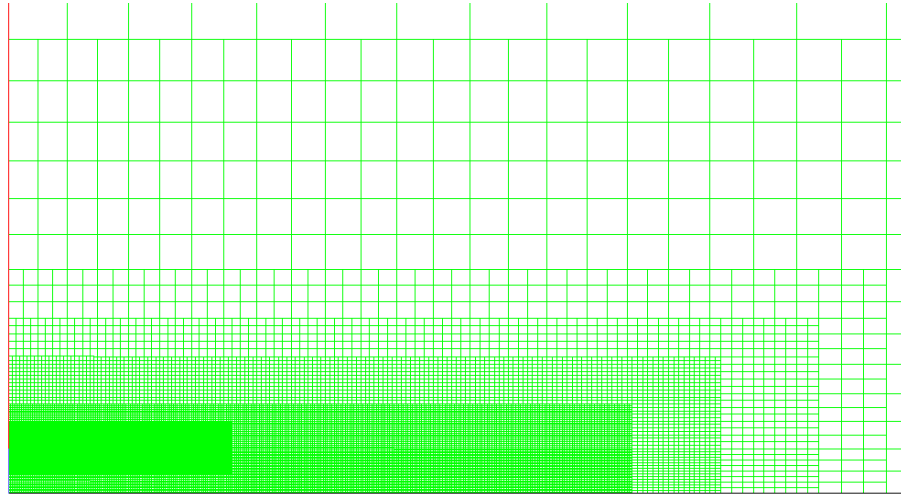
**Figura 3.11:** Perfil de velocidades promediado en el tiempo para el caso  $S=0.375$ ,  $Re=1000$  con condición de contorno *pressure outlet* en un instante.

#### 3.4 Validación de la malla

El tiempo de simulación depende del número de celdas/nodos de la malla, dado que los medios de los que se dispone para realizar las simulaciones son relativamente lentos, lo más conveniente para resolver todos estos casos, es poder trabajar con una malla que combine precisión con un número no muy elevado de nodos para que el tiempo de simulación sea abordable. Para comprobar que la malla con la que se está trabajando permite obtener unos resultados aceptables, se refinó dicha malla obteniendo una de

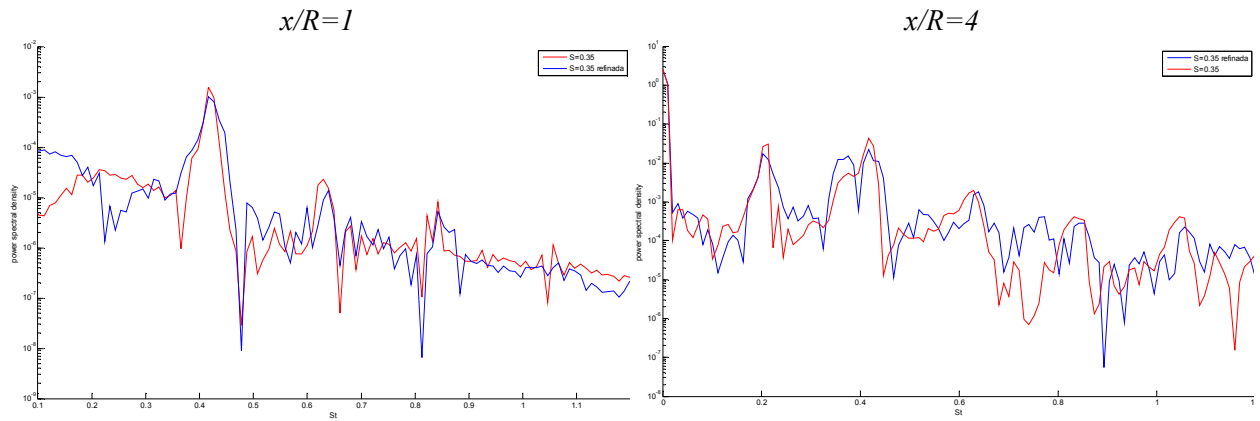
### 3. IMPLEMENTACIÓN EN FLUENT

42826 nodos/ 41923 celdas (con las mismas condiciones y estructura de mallado), con un tamaño mínimo de lado de celda de  $\Delta x_{min} = \Delta r_{min} = 6.25 \cdot 10^{-2}m$ , tal y como se ve en la figura 3.12.



**Figura 3.12:** Detalle de la zona de entrada de la malla refinada

Para validar la malla, se compararon los resultados obtenidos para el caso  $S=0.35$ ,  $Re=1000$ ; con la malla normal y con la refinada. Un criterio para poder aceptar la malla, fue comparar el número de Strouhal que se obtenía en cada caso para cada una de las cuatro posiciones mencionadas anteriormente. En la figura 3.13, se muestra la comparación de dos posiciones, donde se pone de manifiesto que la malla es suficientemente precisa, puesto que el número de Strouhal de la frecuencia dominante es el mismo, y las curvas siguen la misma tendencia en los picos que se producen.



**Figura 3.13:** Comparación de PSD en función de St para el caso  $S=0.35$ ,  $Re=1000$  en las posiciones  $x/R=1$ , y  $x/R=4$  para una malla refinada (línea azul) y otra sin refinar.

## 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

Para poder situar la frontera de la transición absoluta-convectivamente inestable, han tenido que resolverse varios casos para distintos números de Reynolds y valores de  $S$ . Se ha procedido fijando uno de los valores y variando el otro, y viceversa. Es por ello, que desde el punto de vista de la simulación en FLUENT, lo que diferencia unos casos de otros, es simplemente el valor que se da a la velocidad de entrada y a la fracción másica de helio (en algunos casos se ha utilizado distinto paso de tiempo, pero esto es una cuestión de estabilidad).

### 4.1 Chorro de helio

---

En primer lugar, se ha establecido el mínimo valor del número de Reynolds, para el cual el chorro de baja densidad helio-aire comienza a ser absolutamente inestable. Resulta ser un valor entre 150 y 160 para un chorro de helio descargando en aire ( $S=0.14$ ), cuando  $Re$  es mayor que ese valor crítico el chorro de helio es absolutamente inestable.

En la figura 4.1, se muestra la velocidad axial en los puntos creados anteriormente,  $r=1$ , y  $x=\{1,2,4,10\}$  en función del tiempo, en estos casos del número de time steps (pasos de tiempo), donde cada paso de tiempo son 10s. Se observa el carácter periódico de la velocidad para  $Re=175$  a partir de un cierto valor del tiempo (cuando el chorro adquiere sus características) frente a la velocidad irregular y que tiende a atenuarse para  $Re=150$ . Éste es un signo claro que diferencia un comportamiento absolutamente inestable en el caso de  $Re=175$ , de un comportamiento convectivamente inestable en el caso  $Re=150$ .

Estas observaciones se ratifican al hallar la densidad espectral de potencia (PSD) en función del número de Strouhal, donde aparece un pico de frecuencia dominante en el caso  $Re=175$ , que es la frecuencia de oscilación, como se aprecia en la figura 4.2; mientras para  $Re=150$  no hay ningún pico, aunque existen bandas de frecuencia que destacan sobre el resto, puesto que como ya se observaba es convectivamente inestable. Por otro lado, respecto a los distintos picos de frecuencia que aparecen para  $Re=175$ , hay que señalar que además de la frecuencia de oscilación y varios armónicos, a partir de la posición  $x/R=4$ , surge un subarmónico (correspondiente con la mitad del valor de la frecuencia de oscilación). Sin embargo, a pesar de que se podría esperar el apareamiento de vórtices, el subarmónico no se llega a ser dominante aguas abajo (se han tomado medidas en los puntos  $x/R=14$  y  $x/R=18$  además) porque el número de Reynolds no es lo suficientemente grande.

Para poder realizar una fácil comparación de los resultados de todos los ejemplos en las figuras de velocidad y frecuencia como la 4.1 y la 4.2, se ha colocado el caso absolutamente inestable en la columna izquierda y el convectivamente inestable en la derecha.

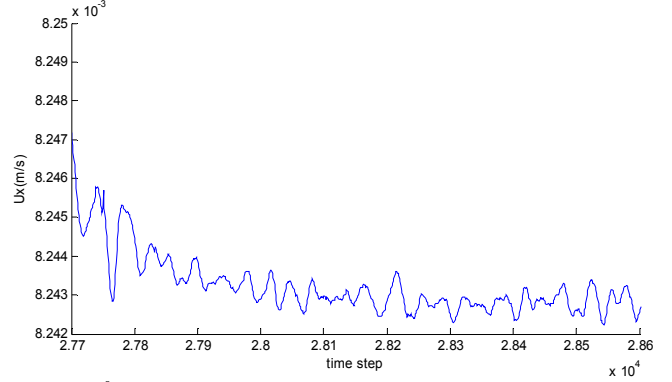
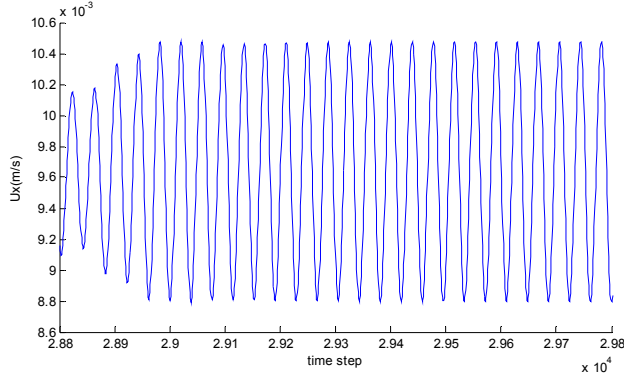
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**S=0.14**

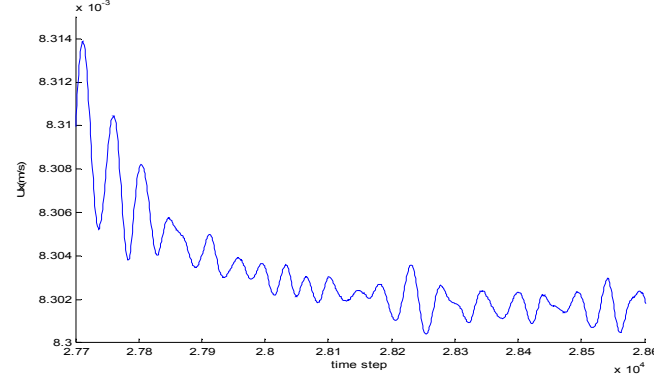
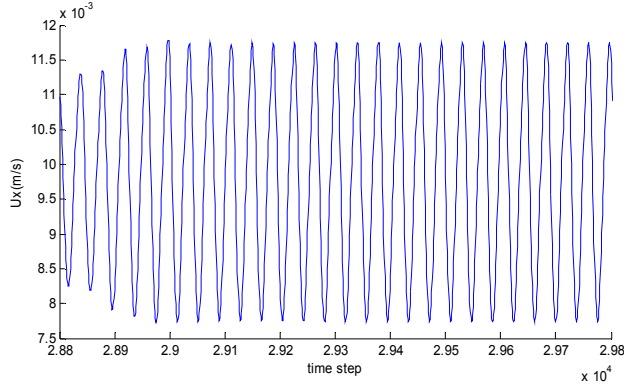
**Re=175**

**Re=150**

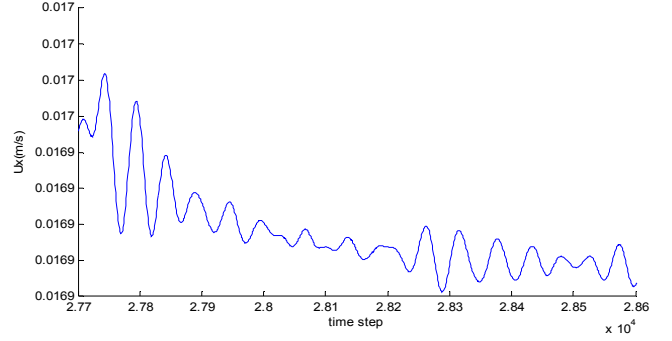
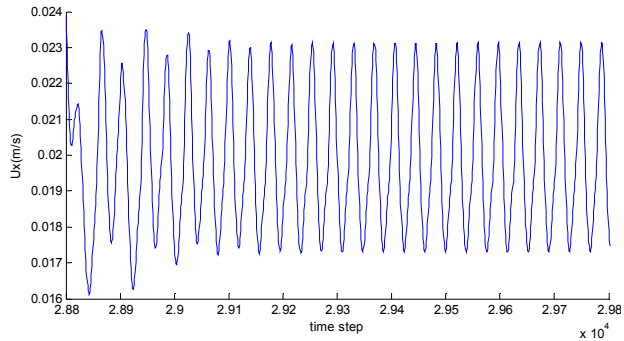
$\frac{x}{R} = 1$



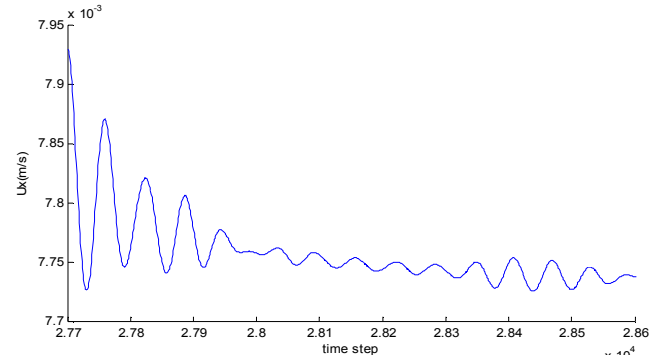
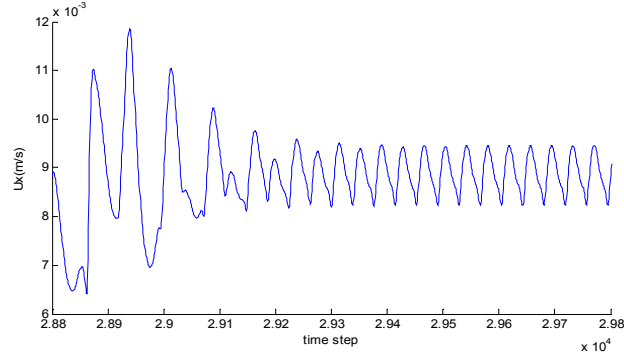
$\frac{x}{R} = 2$



$\frac{x}{R} = 4$



$\frac{x}{R} = 10$



**Figura 4.1:** Evolución de la velocidad axial (m/s) en función del tiempo(s) para el caso S=0,14 con dos números de Reynolds distintos en diferentes posiciones. En el caso Re=175 (absolutamente inestable) la velocidad es periódica (aunque para  $x/R=10$  la periodicidad tarda en establecerse). Para Re=150 (convectivamente inestable), la velocidad es irregular y su valor disminuye con el tiempo. Cada time step son 10s para los dos casos.



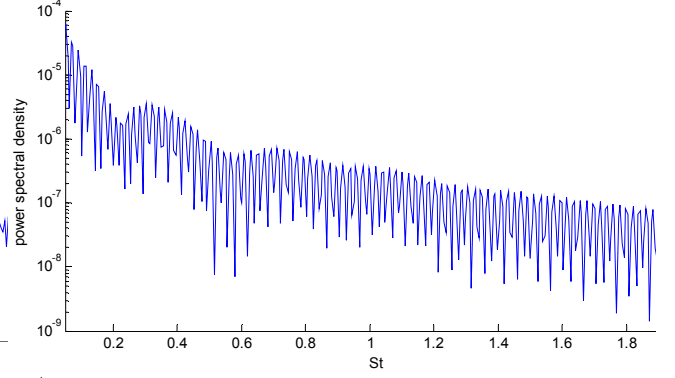
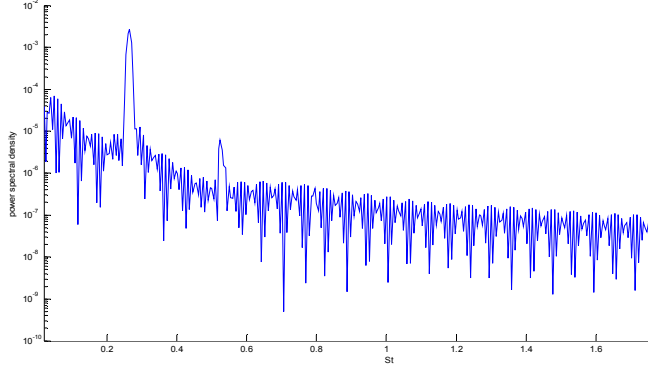
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**S=0.14**

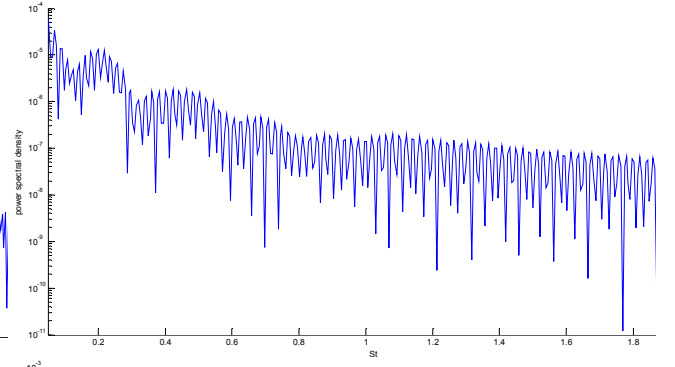
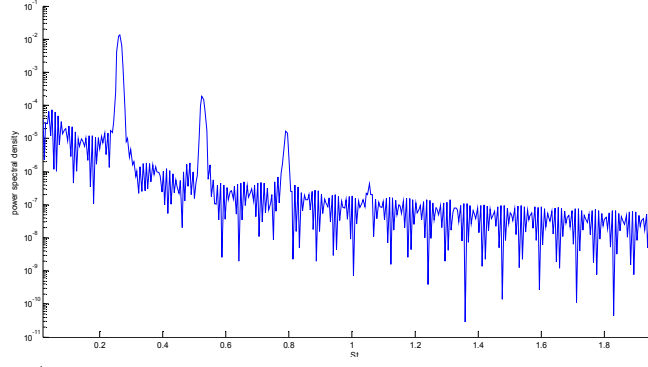
**Re=175**

**Re=150**

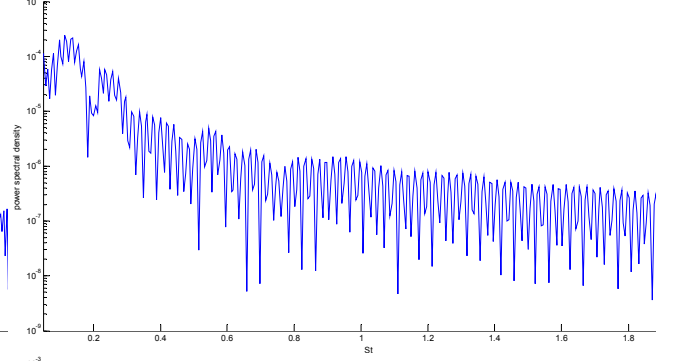
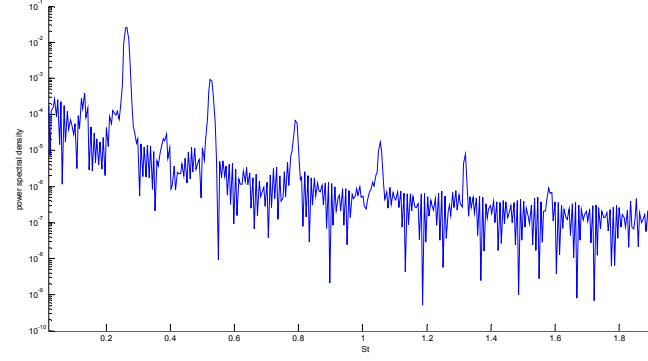
$\frac{x}{R} = 1$



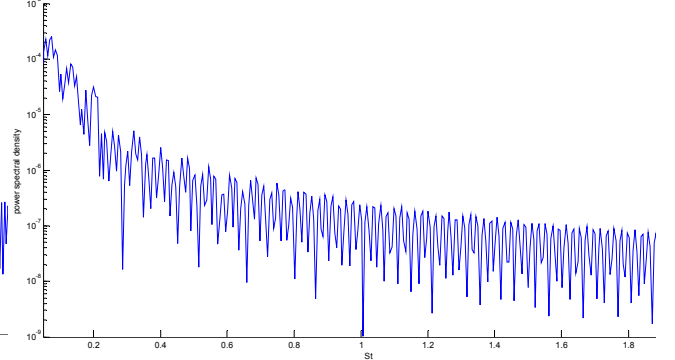
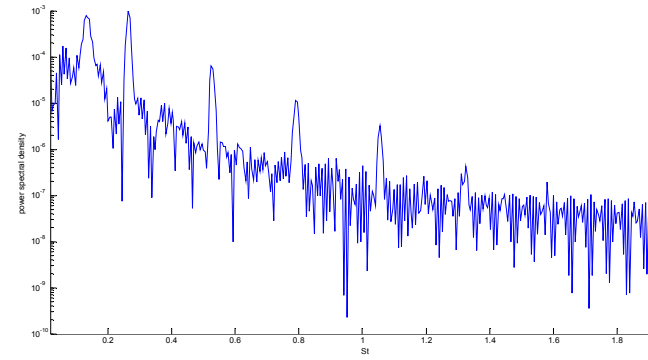
$\frac{x}{R} = 2$



$\frac{x}{R} = 4$



$\frac{x}{R} = 10$

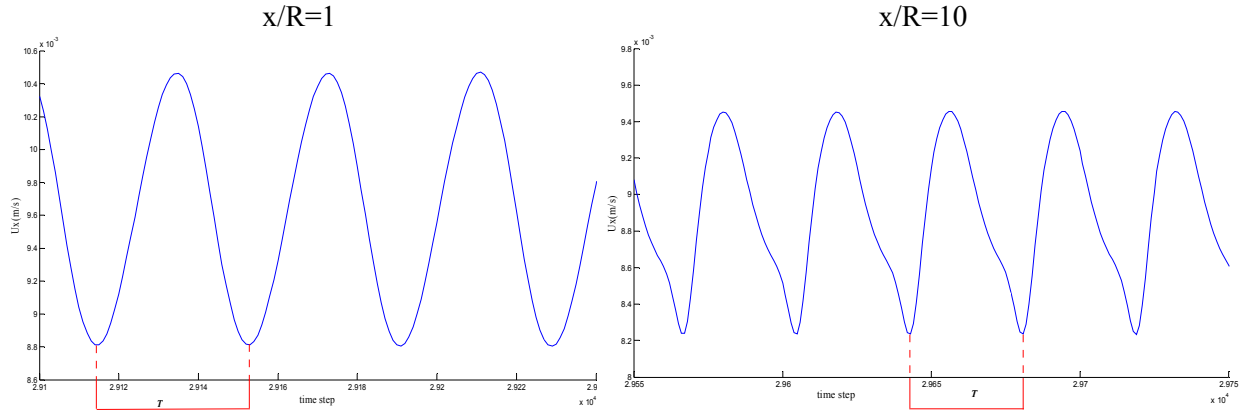


**Figura 4.2:** Densidad espectral de potencia en función del número de Strouhal, para los casos S=0.14 con Re=150 y Re=175. El caso absolutamente inestable (Re=175) tiene su frecuencia de oscilación para St=0.27, el subarmónico no llega a ser dominante aguas abajo. El caso convectivamente inestable presenta algunas bandas anchas de frecuencia.

En la figura 4.3 se ha señalado un período de la velocidad axial, donde se ve que aproximadamente 37 time steps (cada paso de tiempo son 10s) forman un período. Por otro lado, teniendo en cuenta que  $St=0.27$  y la frecuencia es  $f = St \cdot U_j / 2$ , se comprueba que el período escogido coincide con el

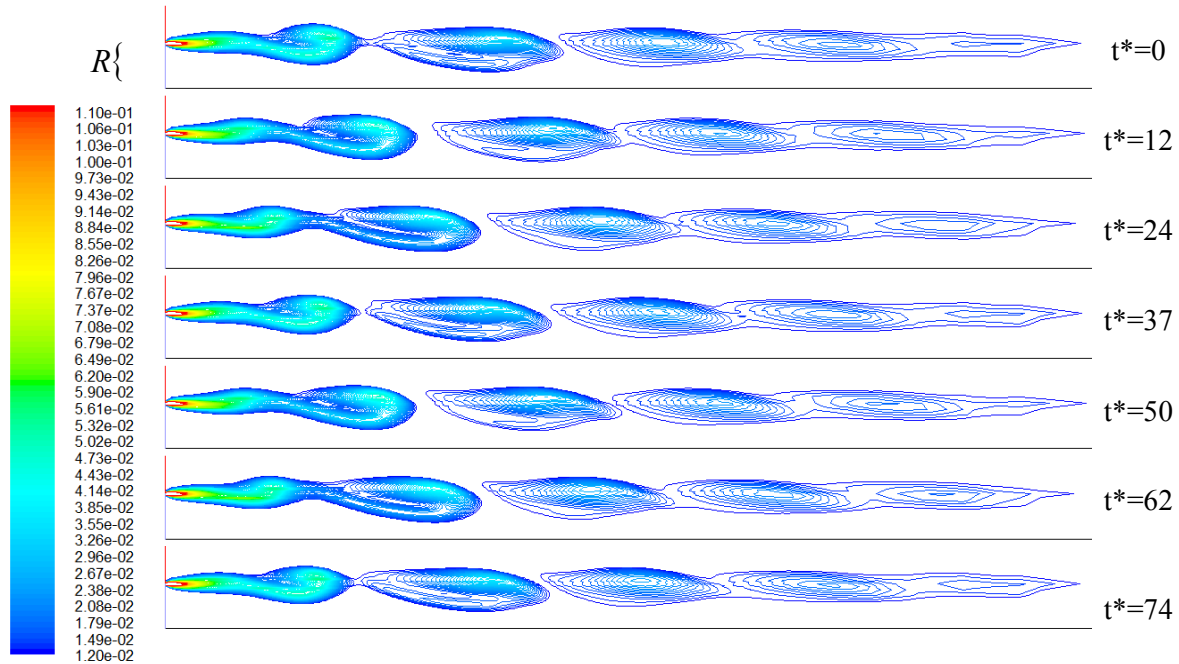
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

correspondiente a la frecuencia de oscilación ( $T=1/f$ ). En todo el chorro prevalece dicha frecuencia, aunque aguas abajo aparece un subarmónico que no llega a dominar debido a que no se produce apareamiento de vórtices, de modo que el valor  $T$  marcado en la figura 4.3 para las dos posiciones es el mismo. La señal sigue siendo periódica aguas abajo pero aparece deformada.



**Figura 4.3:** Detalle de la velocidad axial en función del tiempo para el caso  $S=0.14$ ,  $Re=175$  en la posición  $x/R=1$  y en  $x/R=10$  donde se observa la influencia del subarmónico en la forma de la velocidad. El valor del período  $T$  es el mismo en las dos figuras puesto que no se produce apareamiento de vórtices. Cada time step= 10s.

FLUENT permite ver los contornos de vorticidad a lo largo del tiempo y eso es lo que se muestra en la figura 4.4. En esta imagen, es remarcable la semejanza que existe en la zona cercana al inyector en los instantes  $t^*=0$ ,  $t^*=37$  y  $t^*=74$ , debido a la periodicidad del flujo. Se percibe además que no existe interacción entre los vórtices contrariamente a lo que ocurre a números de Reynolds más elevados (ver figura 4.13).



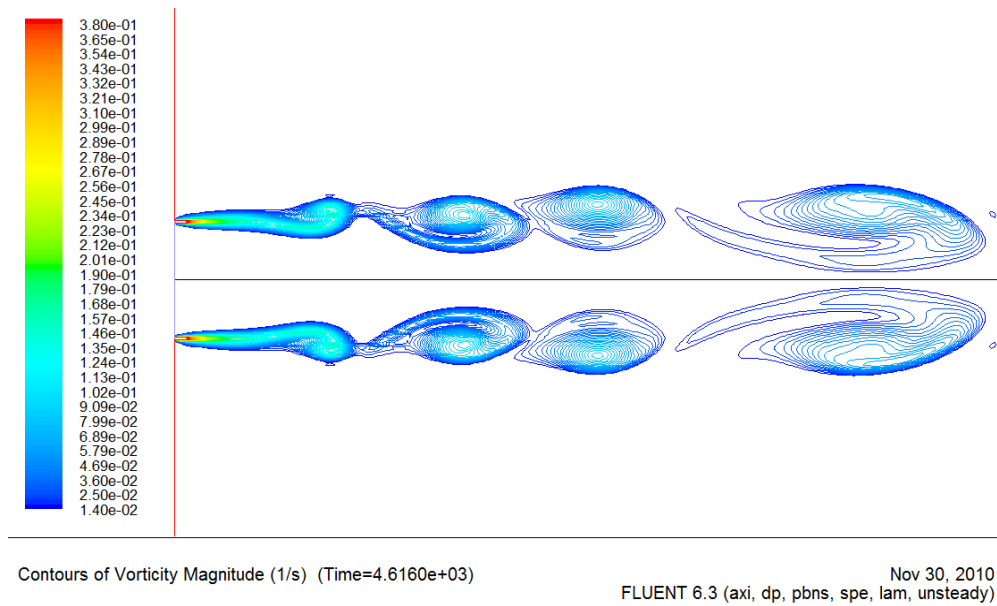
**Figura 4.4:** Imágenes de los contornos de vorticidad para  $Re=175$ ,  $S=0.14$  en varios time steps ( $t^*$ ), cada time step son 10 s. Aparece marcado el radio  $R$  de salida del inyector ( $R=1m$ ), que es la línea azul claro que aparece en todas las figuras, la línea negra inferior es el eje. A la izquierda aparece la escala de los contornos de la vorticidad con unidades  $[1/s]$

## 4.2 Chorros de mezclas helio-aire

A continuación, se van a presentar los resultados para  $Re=500$ ,  $Re=750$  y  $Re=1000$ , donde se ha buscado encontrar para cada uno de ellos el valor de  $S$  crítico, es decir, el máximo valor de la relación de densidades chorro-ambiente para el que el chorro es absolutamente inestable.

Para  $Re=500$ , se han calculado varios casos, obteniendo que cuando  $S \leq 0.275$ , el comportamiento del chorro es absolutamente inestable; mientras que cuando  $S \geq 0.3$  el chorro es convectivamente inestable. En las figuras 4.6 y 4.7 se muestran dos ejemplos de las características de la velocidad axial en función del tiempo y la densidad espectral de potencia en función del número de Strouhal, en distintos puntos en la dirección del flujo para este valor del número de Reynolds.

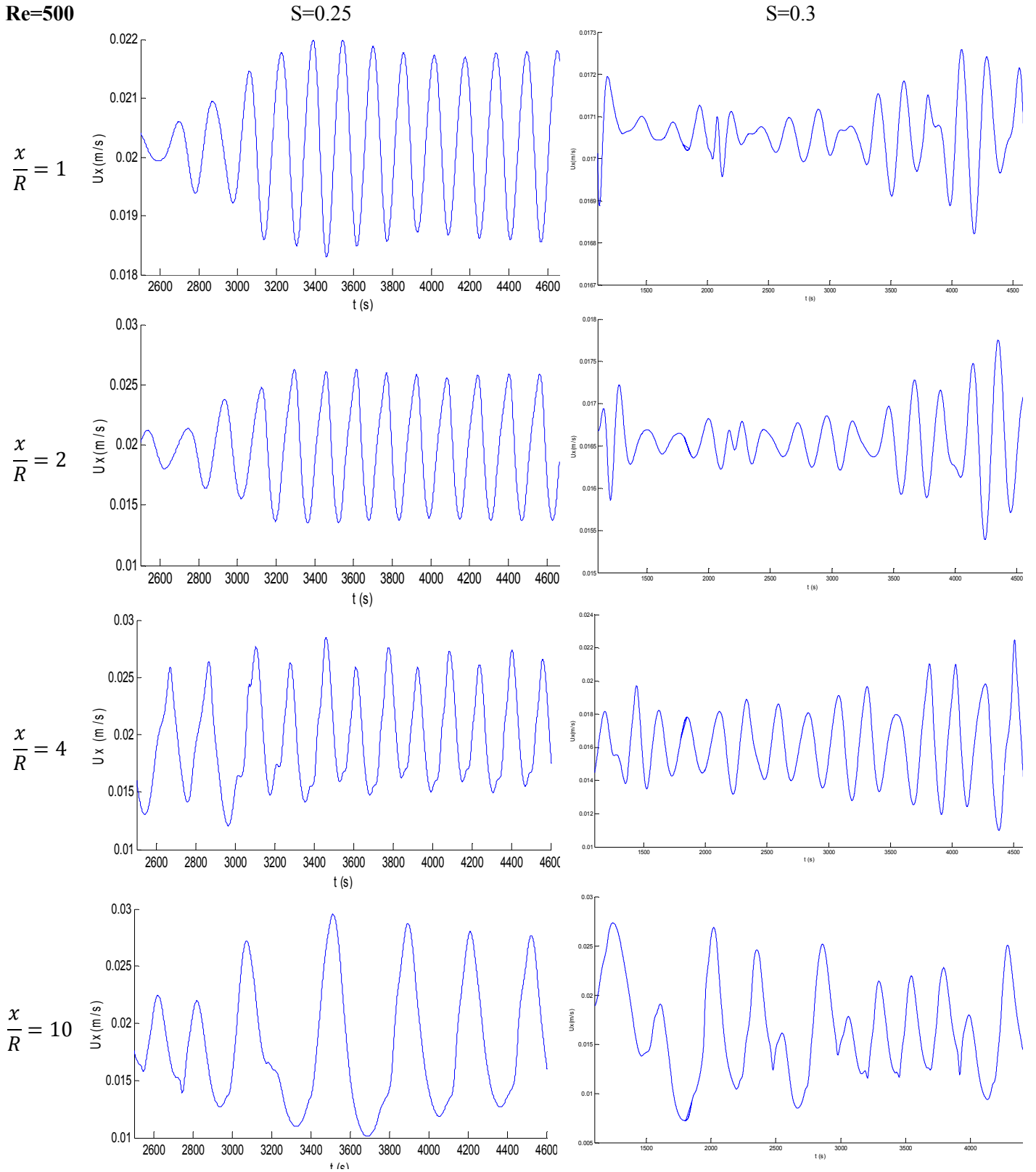
En la figura 4.5, se muestran los contornos de vorticidad para el chorro en  $Re=500$  y  $S=0.25$ , donde se observa como el vórtice de la derecha está separado de los dos anteriores, y parece además que tiene el doble de tamaño que éstos, lo que sugiere que se está produciendo apareamiento de vórtices. Esto se confirma en la 4.7 para la posición  $x/R=10$  donde se aprecia el pico del subarmónico de mayor valor que el de la frecuencia de oscilación.



**Figura 4.5:** Contornos de vorticidad del chorro para el caso  $S=0.25$ ,  $Re=500$  en un instante.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**Re=500**



**Figura 4.6:** Velocidad axial en función del tiempo para los casos  $S=0.25$  y  $S=0.3$  con  $Re=500$

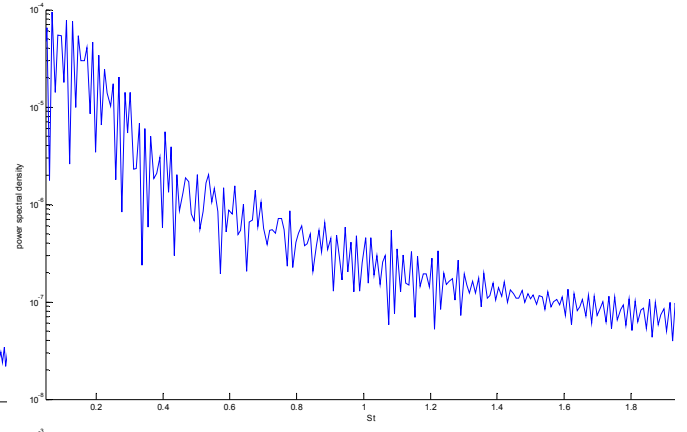
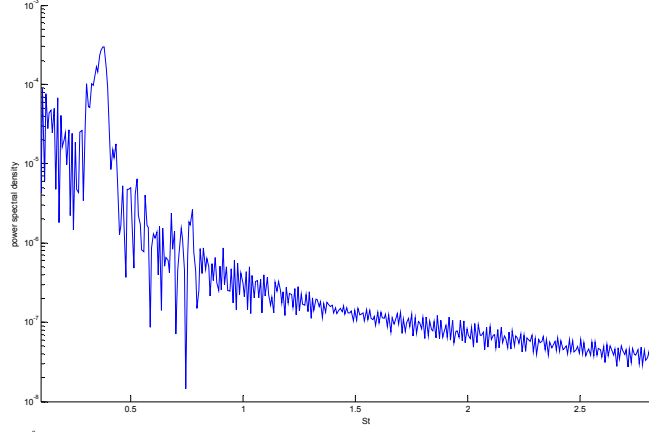
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**Re=500**

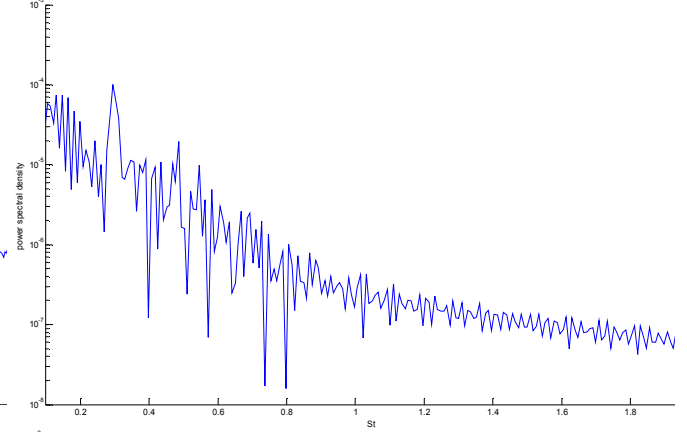
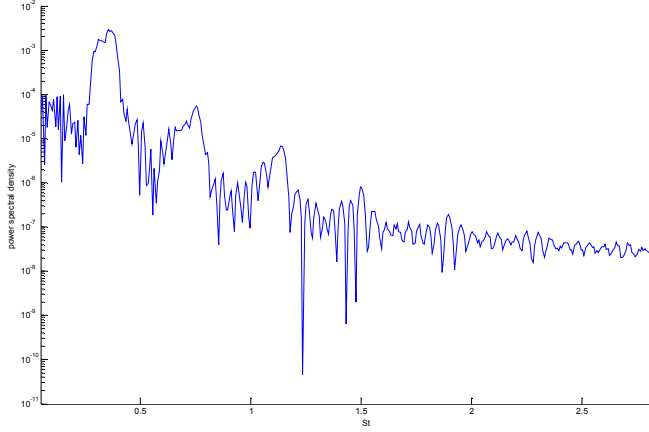
**S=0.25**

**S=0.3**

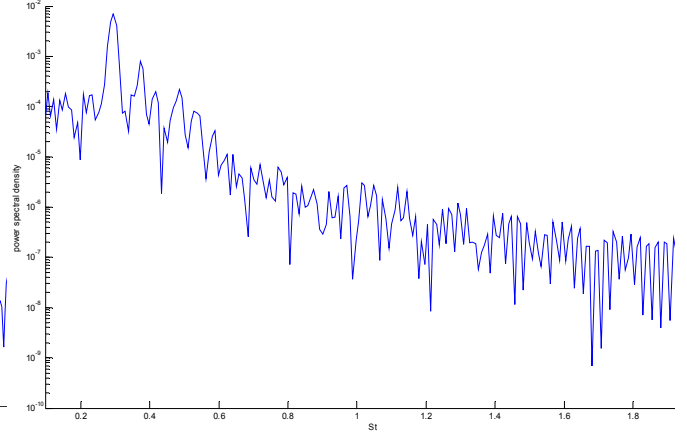
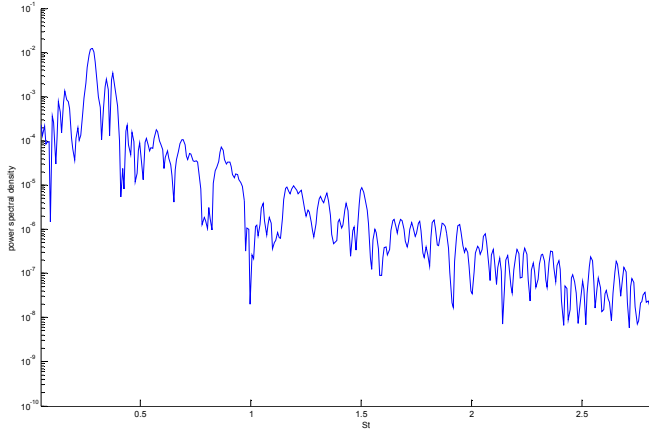
$\frac{x}{R} = 1$



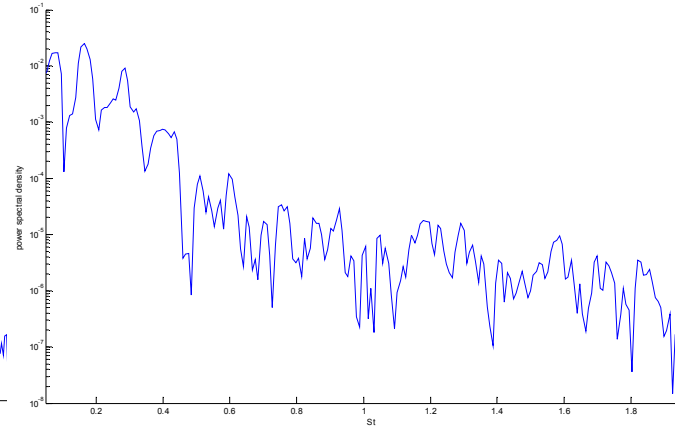
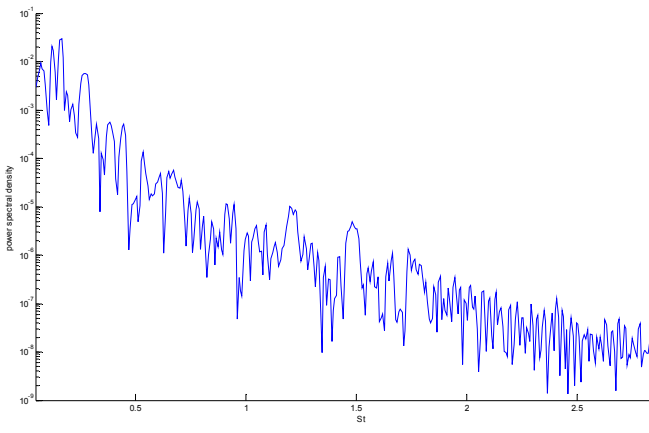
$\frac{x}{R} = 2$



$\frac{x}{R} = 4$



$\frac{x}{R} = 10$

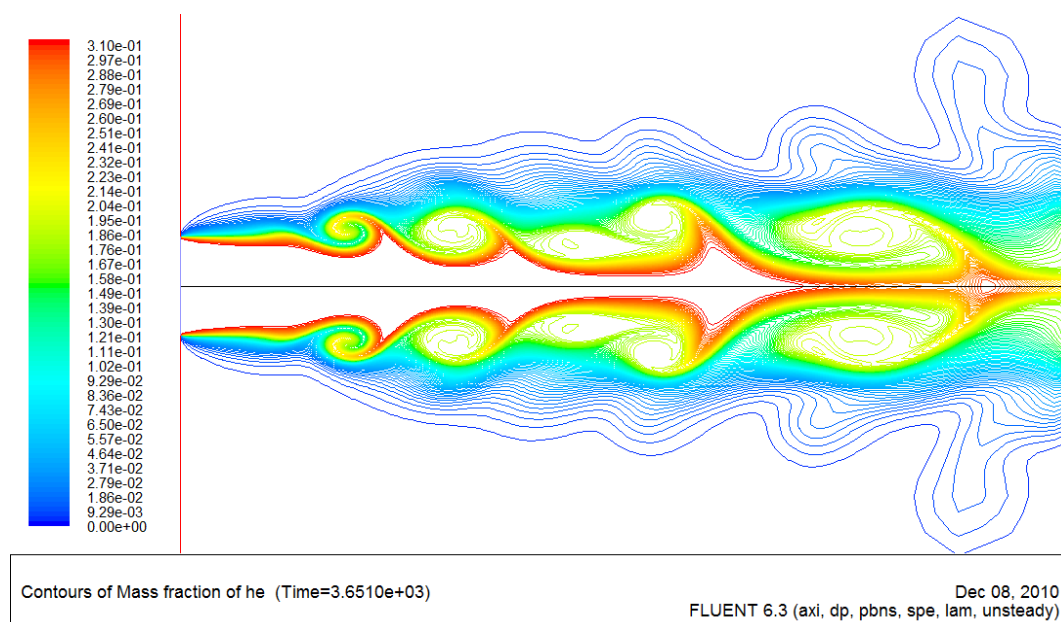


**Figura 4.7:** PSD en función de St para los casos S=0.25 y S=0.3 en Re=500

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A medida que se aumenta el valor del número de Reynolds se encuentra un valor crítico de la relación de densidad más elevado. Estas observaciones se ven reflejadas en las figuras 4.9 y 4.10 para  $Re=750$ , y las figuras 4.11 y 4.12 para  $Re=1000$ . La transición entre el comportamiento convectivamente y absolutamente inestable se encuentra para  $Re=750$  entre  $S=0.375$  y  $S=0.35$ ; mientras que para  $Re=1000$  se sitúa entre  $S=0.375$  y  $S=0.4$ .

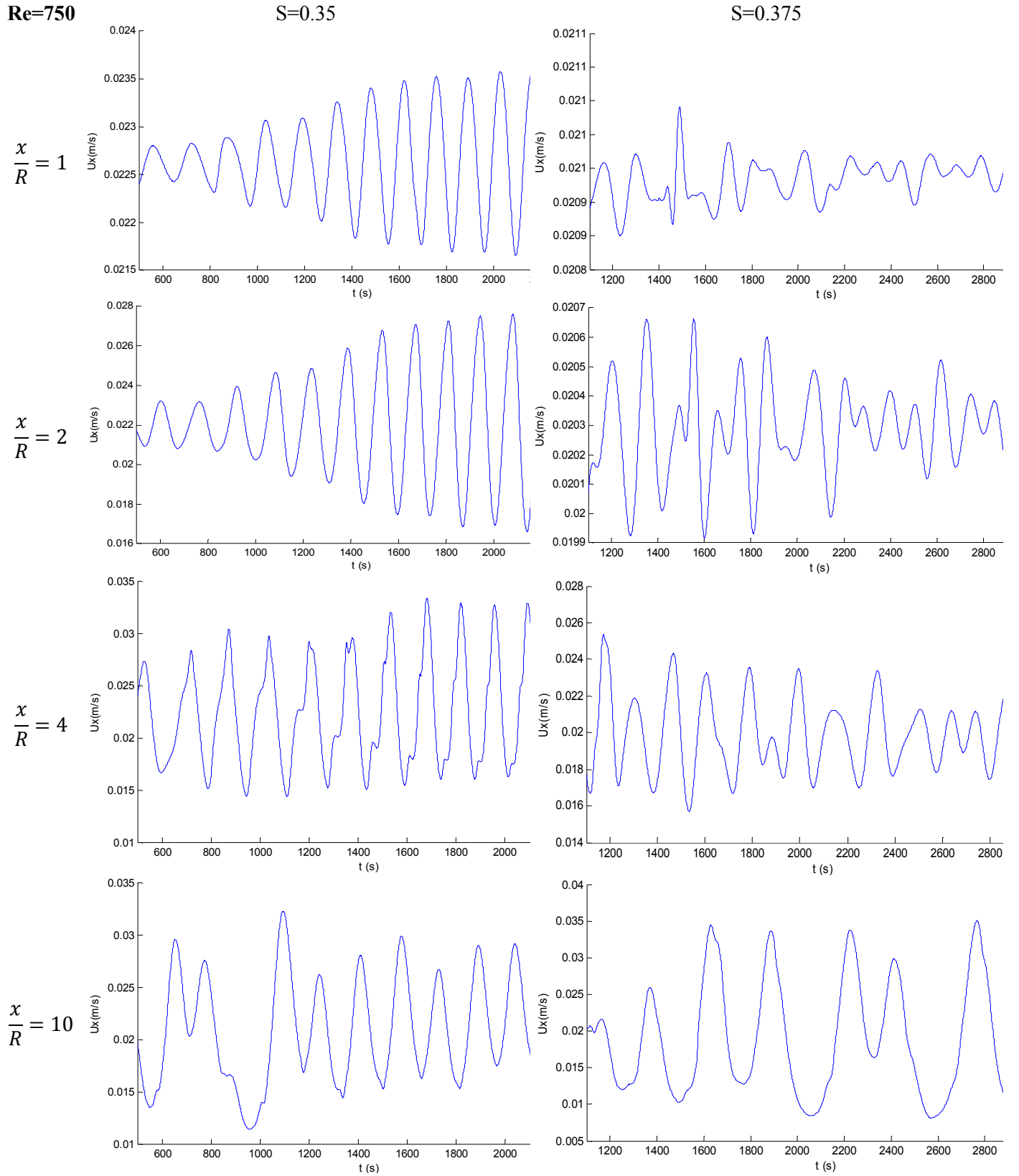
En la figura 4.8 se muestran los contornos de la fracción másica de helio para  $Re=750$ ,  $S=0.35$  que es un caso absolutamente inestable. Se puede observar cómo el chorro se mezcla con el aire ambiente y además se ve con claridad la forma de los vórtices y su apareamiento, ya que el vórtice de la derecha tiene el doble de tamaño que los anteriores y existen inmediatamente antes que él dos vórtices que se están uniendo.



**Figura 4.8:** Contornos de la fracción másica de Helio para el caso  $S=0.35$ ,  $Re=750$

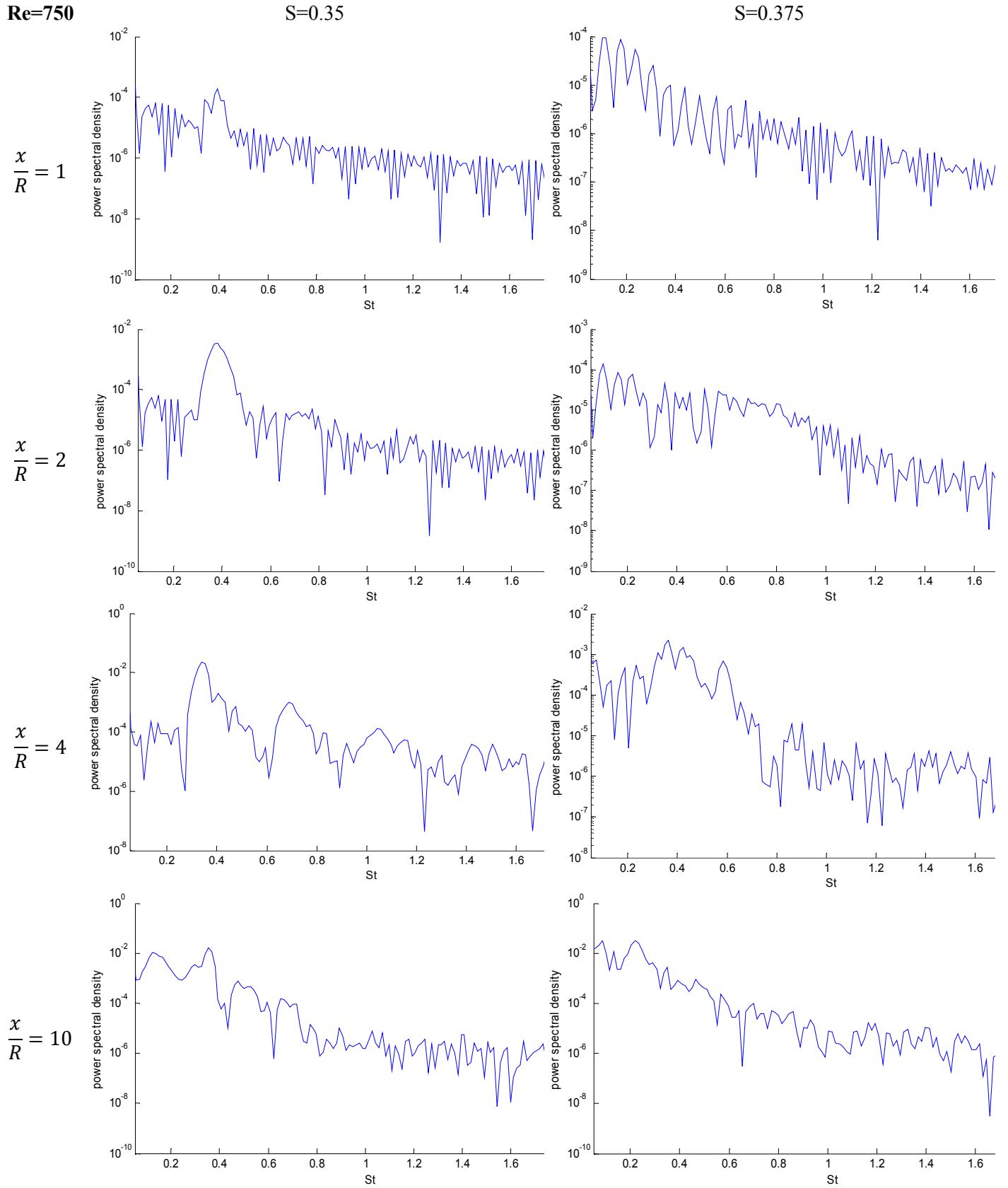
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**Re=750**



**Figura 4.9:** Velocidad axial en función del tiempo para los casos  $S=0.35$  y  $S=0.375$  en  $Re=750$

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS



**Figura 4.10:** PSD en función de St para los casos S=0.35 y S=0.375 en Re=750

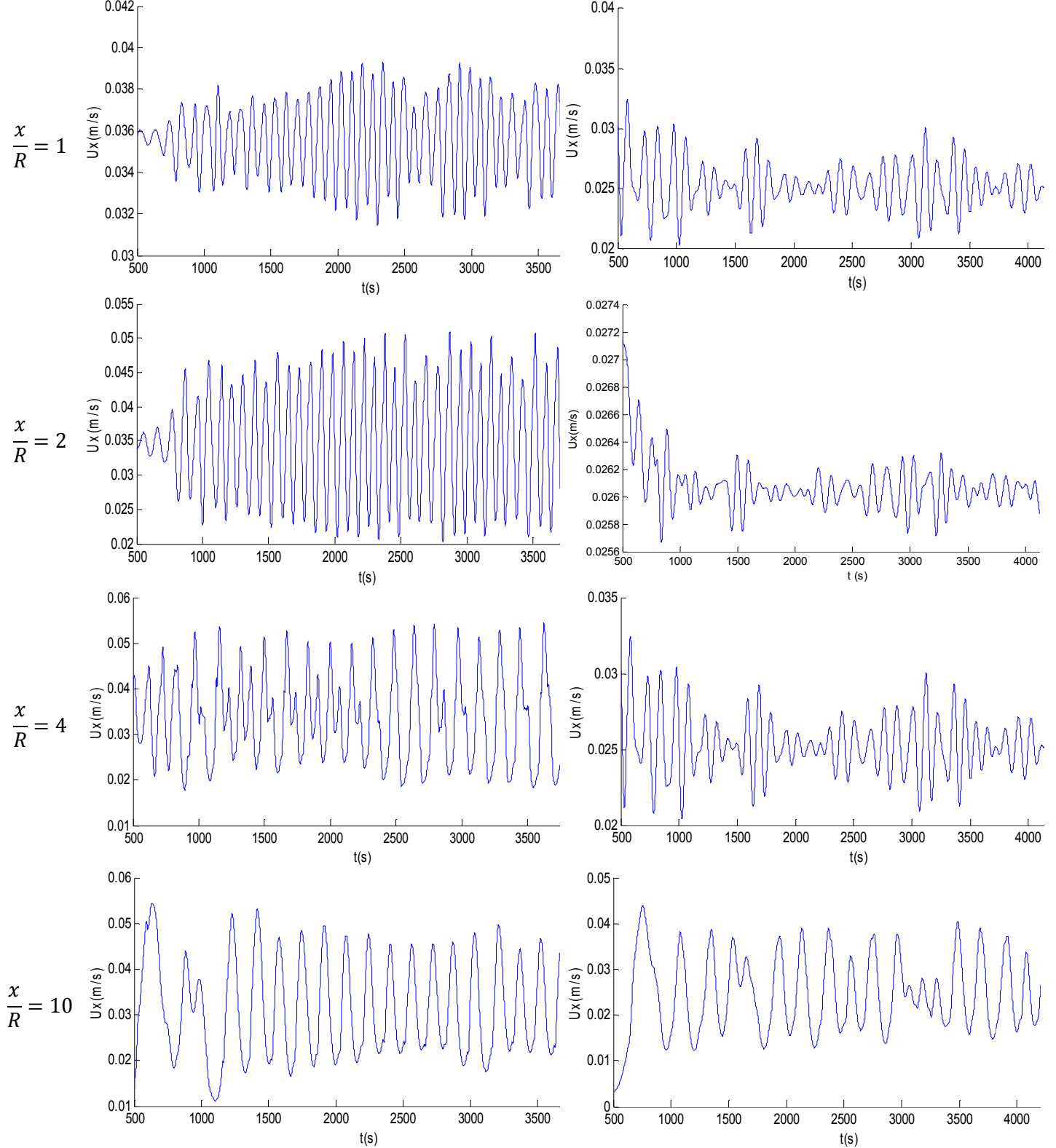


#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

**Re=1000**

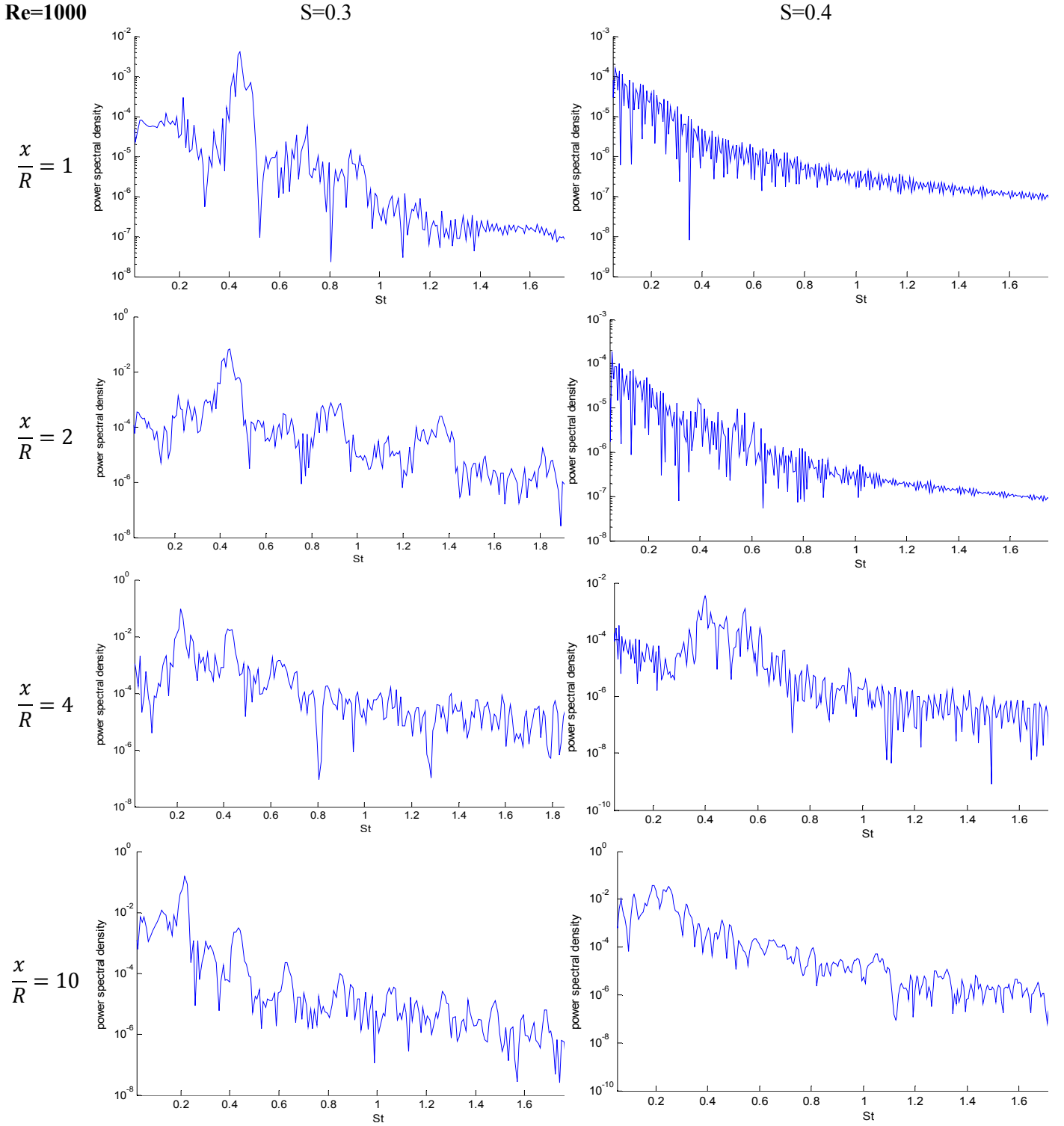
**S=0.3**

**S=0.4**



**Figura 4.11:** Velocidad axial en función del tiempo para los casos  $S=0.3$  y  $S=0.4$  en  $Re=1000$ , para cuatro posiciones en  $r=1$ .

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

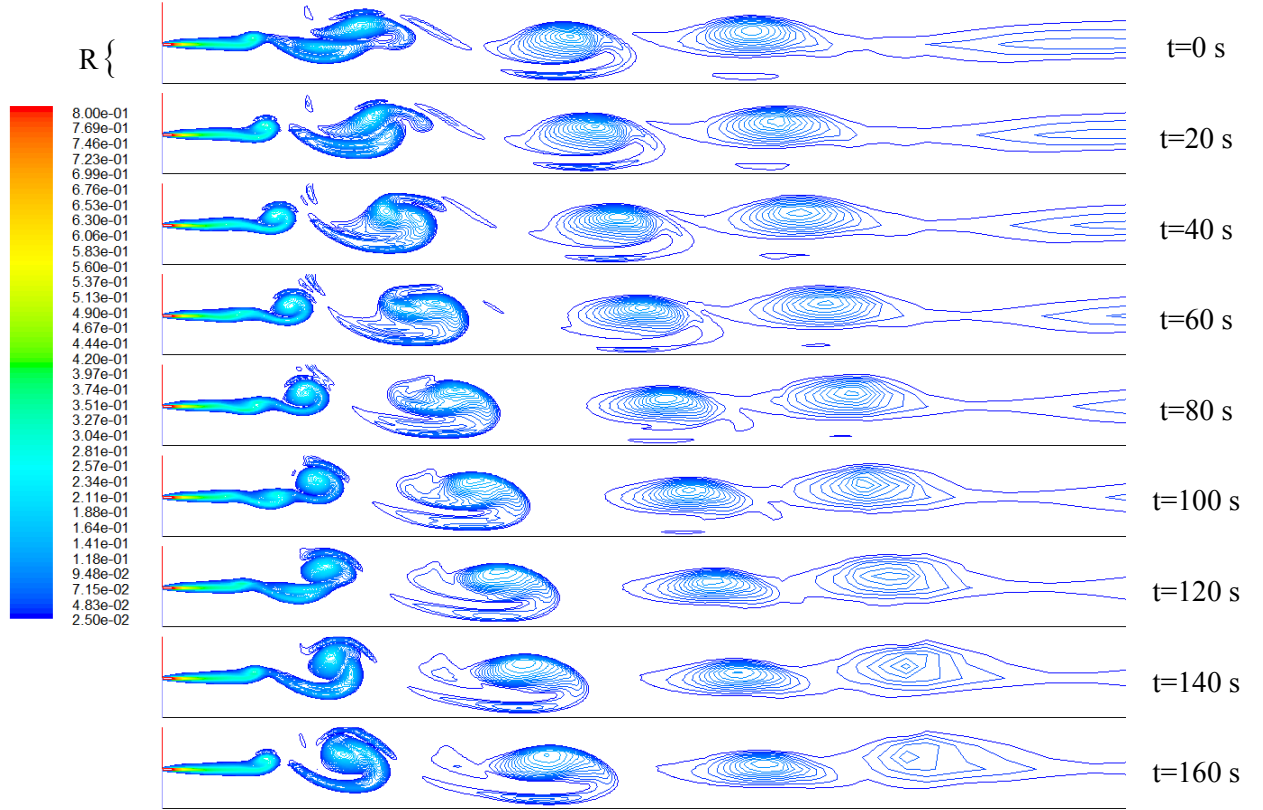


**Figura 4.12:** Densidad espectral de potencia de la velocidad axial en función del número de Strouhal para los casos  $S=0.3$  y  $S=0.4$  en  $Re=1000$  en cuatro posiciones en  $r=1$ .  $S=0.3$  es absolutamente inestable, mientras que  $S=0.4$  es convectivamente inestable.

Para  $Re=1000$ , el período de formación de vórtices es menor que para el caso  $Re=175$ , porque como se ha visto el número de Strouhal es mayor. Por otro lado, los valores de la vorticidad son más elevados. En la figura 4.13 se observa como los vórtices, en comparación de los de la figura 4.4, giran uno alrededor de otro, enrollándose hasta que se funden en una nueva estructura vortical. De los espectros de

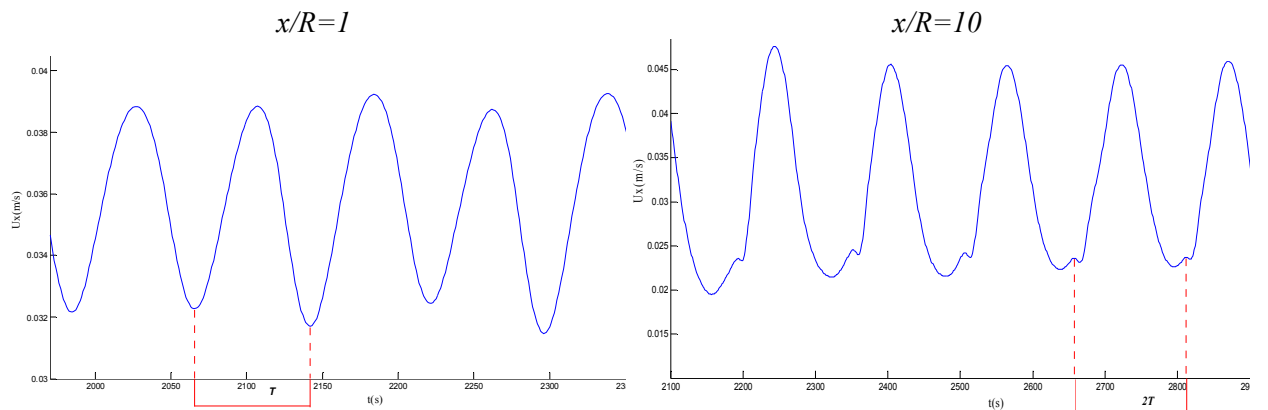
#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

frecuencia (figura 4.12) se sabe que este apareamiento tiene lugar cerca del inyector ya que en  $x/R=4$  el subarmónico ya es dominante.



**Figura 4.13:** Contornos de vorticidad, para el caso  $S=0.3$   $Re=1000$  para varios instantes de tiempo. La escala de la izquierda está expresada en  $[1/s]$ , y también aparece marcado el radio  $R$  del inyector.

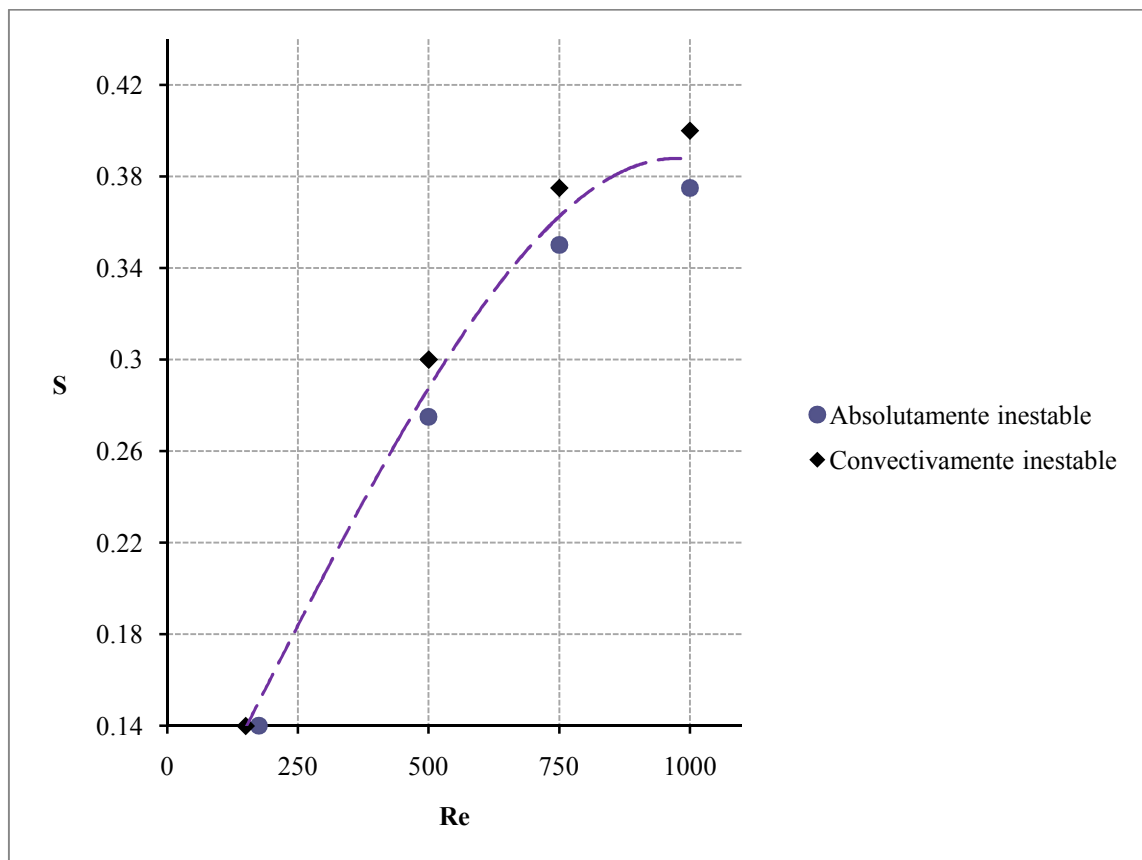
En este caso, aunque para  $x/R=1$  la frecuencia de oscilación prevalece, aguas abajo en  $x/R=10$ , es su subarmónico el que domina el chorro. Esto se refleja en la velocidad captada en estos puntos, figura 4.14, donde se ve como el período de la velocidad axial aguas abajo es el doble que cerca del inyector.



**Figura 4.14:** Detalle de la velocidad axial en función del tiempo para  $Re=1000$ ,  $S=0.3$ , en las posiciones:  $x/R=1$ , y en  $x/R=10$ .  $T$  es el período correspondiente a la frecuencia de oscilación de este caso.

## 4.3 Resumen de resultados

Todos los resultados que se han calculado, se resumen en las dos series de puntos dibujadas en la figura 4.15, que forman una aproximación de la curva transición entre el comportamiento convectivamente y absolutamente inestable. Todo punto que se sitúe por debajo de dicha curva (representada por una línea discontinua) tendrá un comportamiento absolutamente inestable. Además de los casos representados en esta figura, se han resuelto otros más de los cuales, los absolutamente inestables han sido sintetizados en la tabla 4.1, donde el número de Strouhal ha sido obtenido en todos los casos en la posición  $x/R=1$  en la trayectoria del flujo.



**Figura 4.15:** Curva de transición aproximada entre el comportamiento convectivamente-absolutamente inestable de acuerdo con los datos obtenidos.

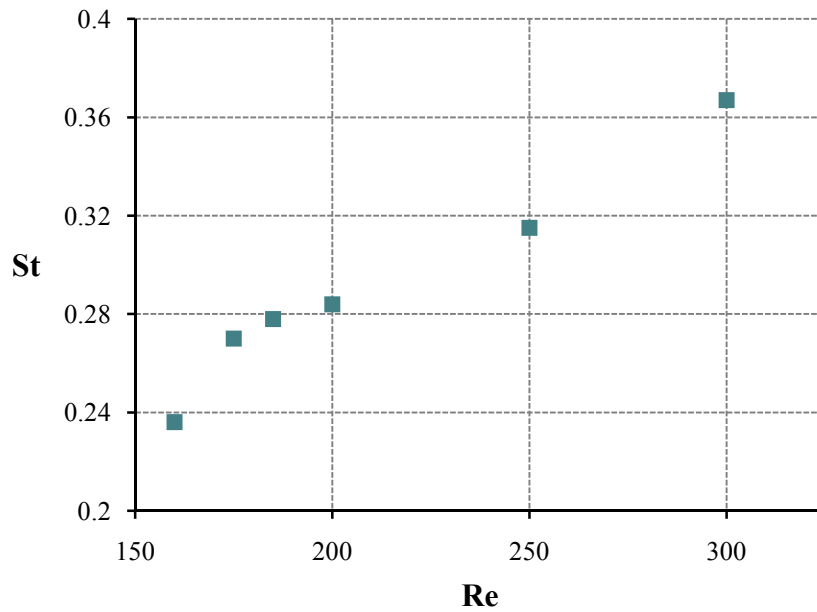
<i>Re</i>	<i>S</i>	<i>St</i>
1000	0.375	0.385
1000	0.35	0.4175
1000	0.3	0.44
1000	0.25	0.463
750	0.35	0.39
750	0.3	0.41
500	0.275	0.32
500	0.25	0.38
500	0.2	0.395
300	0.14	0.367

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

<i>Re</i>	<i>S</i>	<i>St</i>
250	0.14	0.315
200	0.14	0.284
185	0.14	0.278
175	0.17	0.241
175	0.16	0.25
175	0.14	0.27
160	0.14	0.232

**Tabla 4.1:** Resumen de los números de Strouhal obtenidos para cada caso absolutamente inestable.

A través de la tabla 4.1 se observa que para un mismo valor del número de Reynolds, al aumentar la relación de densidades, disminuye *St*. También se puede apreciar tanto en la tabla como en la figura 4.16, que para un valor de la relación de densidades fijo, al aumentar *Re*, se incrementa el número de Strouhal.



**Figura 4.16:** El número de Strouhal en función del número de Reynolds para  $S=0.14$  en la posición  $x/R=1$ .

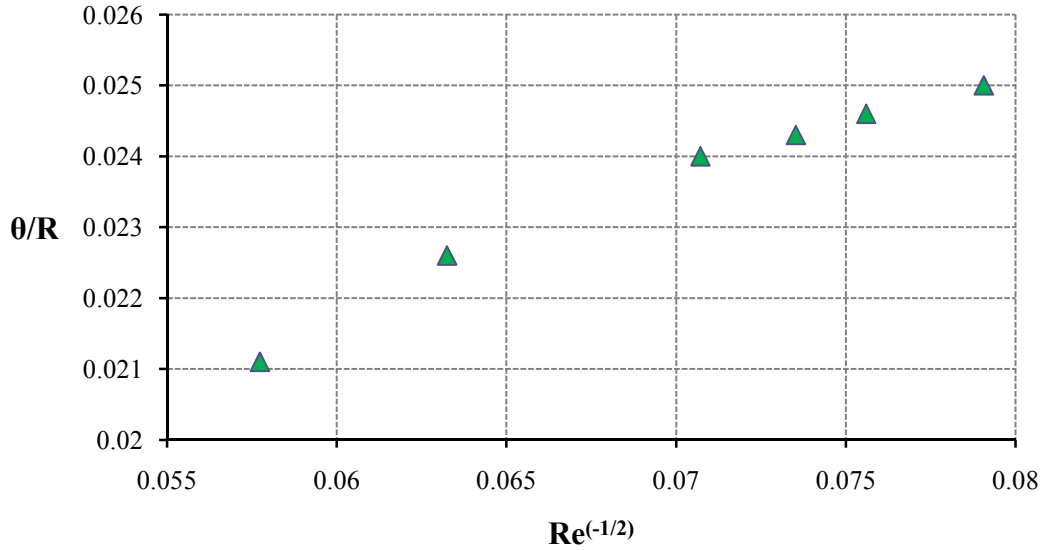
El valor del espesor de cantidad de movimiento se relaciona con el número de Reynolds para toberas y tubos mediante la expresión (Kyle & Sreenivasan, 1993):

$$\frac{\theta}{R} = B \cdot Re^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.1)$$

donde  $B$ , es un valor constante positivo que depende de las características de la tobera o tubo.

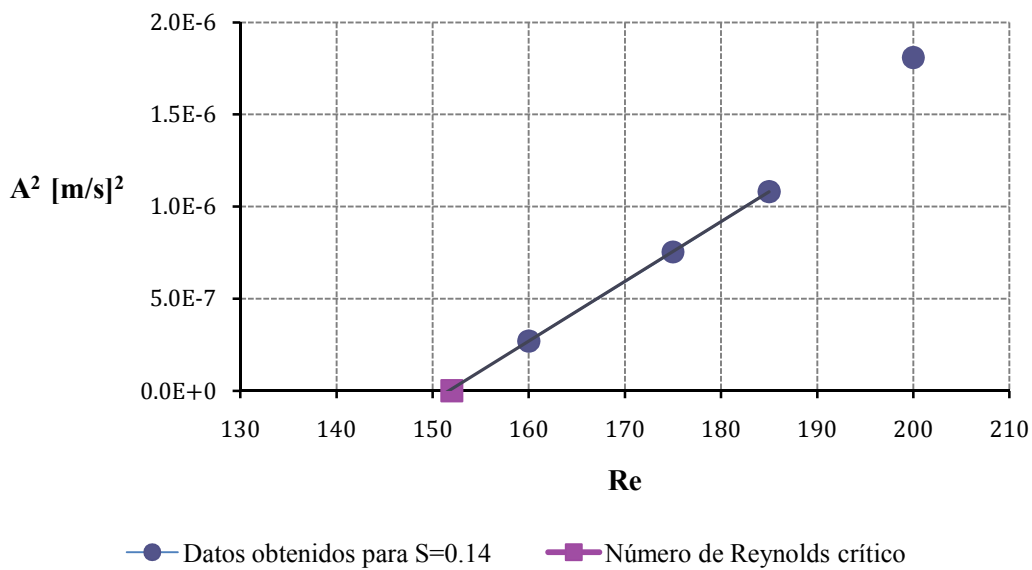
En este proyecto se trabaja con un inyector circular y un perfil de velocidad uniforme a la salida, es por eso interesante comprobar qué diferencia existe respecto a la ecuación (4.1). Para un valor fijo de  $S$ , el valor de  $\theta$  disminuye al aumentar  $Re$ , pero no sigue un modo lineal como se aprecia en la Figura 4.17. Para dibujar esos datos, se ha hallado el valor máximo de  $\theta$  en un período de oscilación para cada caso, se ha escogido este criterio ya que su valor varía de forma significativa a lo largo del período.

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS



**Figura 4.17:** Espesor de cantidad de movimiento como función del número de Reynolds (se ha calculado para el intervalo:  $175 < Re < 300$ ) cuando  $S=0.14$ .

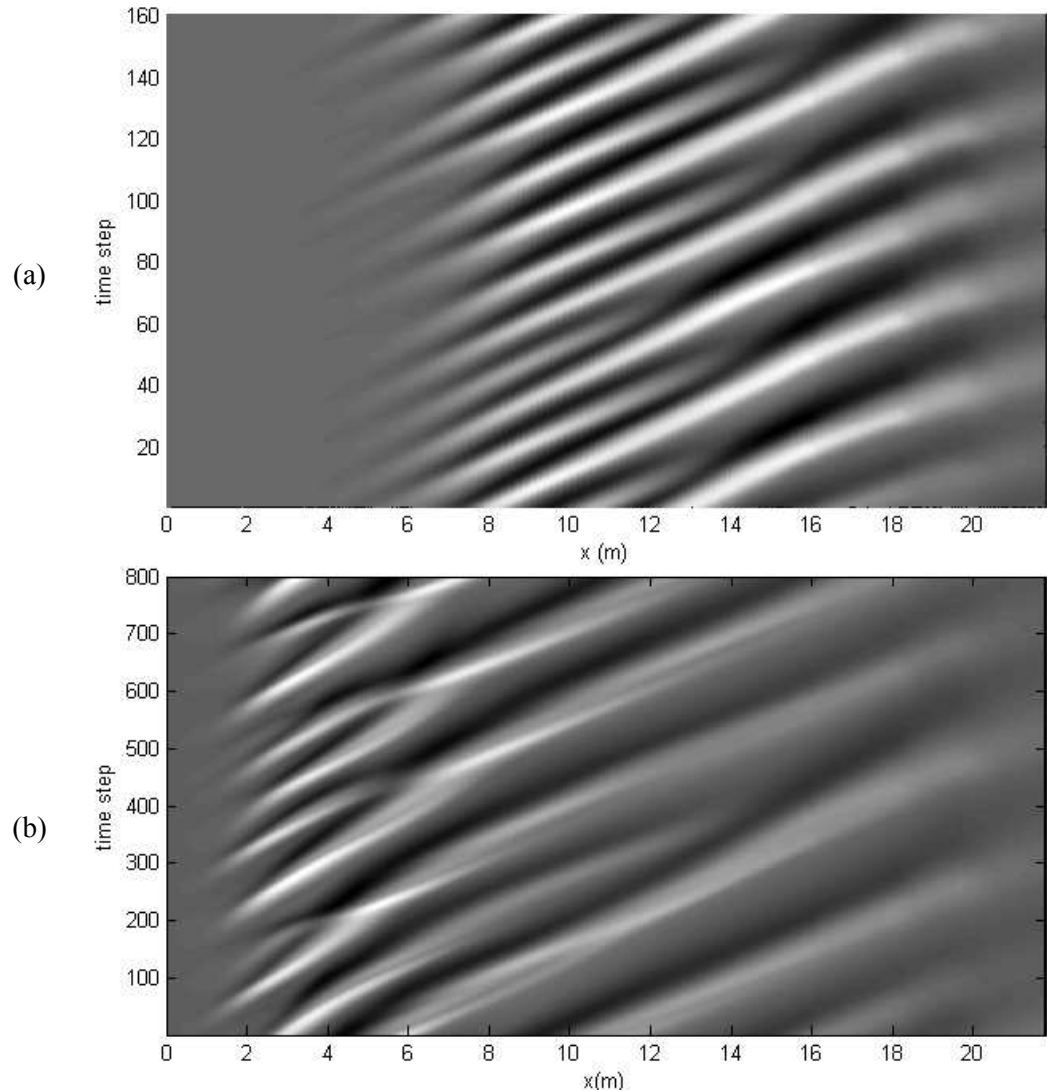
Por otro lado, queda comprobar si se produce una bifurcación de tipo Hopf cerca de la transición (Raghu & Monkewitz, 1991), donde se cumple la relación  $|A|^2 \propto Re$ , cuando  $\frac{Re - Re_c}{Re_c} \ll 1$ , siendo  $A$  la amplitud de la velocidad axial cerca del inyector (en  $x/R=1$ ), y  $Re_c$  el número de Reynolds crítico, es decir, el mínimo valor de Reynolds para el que existe inestabilidad absoluta. En la figura 4.18 se muestran varios casos del chorro de helio descargando en aire ( $S=0.14$ ) representados por círculos. Se observa que cuando la diferencia entre  $Re - Re_c$  aumenta se pierde la linealidad, por lo que la línea se ha dibujado teniendo en cuenta los puntos que la cumplen, y extrapolando se ha hallado el valor del número de Reynolds crítico  $Re_c = 152$  que es el que corta con el eje de abscisas.



**Figura 4.18:**  $A^2$  frente a  $Re$  para  $S=0.14$ .  $A$  es el módulo de la amplitud de la velocidad axial medido en (m/s)

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La diferencia entre las oscilaciones autoexcitadas sincronizadas y las no sincronizadas se demuestra en los diagramas espacio temporales de la figura 4.19. Se han elegido dos casos, uno de ellos por encima y el otro por debajo del valor crítico de  $S$  para  $Re=1000$ . Se ha calculado la velocidad radial en varios instantes de tiempo en la línea,  $r=1$ :  $0 \leq x \leq 25m$ . Se observa como en la zona de entrada para los dos casos, la velocidad radial se mantiene constante, es decir, que en esa zona no hay formación de vórtices. En la figura (a) esta zona es más amplia que en la (b) porque los vórtices se forman más lejos de la zona de inyección debido al comportamiento convectivamente inestable del chorro. Cada trazo es un vórtice desplazándose aguas abajo en el tiempo. En la figura (b) se observa como dos trazos convergen, uniéndose en  $x=6m$ , esto es el apareamiento de vórtices, que se repite con un período que es el doble al de la formación de vórtices. En el caso convectivamente inestable (a), los trazos son más irregulares que en (b), y no se produce apareamiento.



**Figura 4.19:** Diagramas espacio-temporales de la velocidad radial en  $r=1m$  ( $0 \leq x \leq 25m$ ) para  $Re=1000$ . (a) Caso convectivamente inestable ( $S=0.5$ ), cada time step es 10s; (b) Caso absolutamente inestable en  $S=0.3$ , cada time step es 2s.

## 5 CONCLUSIONES

---

Con el fin de estudiar la inestabilidad absoluta de chorros de baja densidad, a lo largo de este proyecto se ha tratado de describir el comportamiento inestable de un chorro mezcla de helio y aire descargando en un ambiente de aire, en función del número de Reynolds, la relación de densidades chorro-ambiente y el espesor de cantidad de movimiento. FLUENT ha permitido encontrar la frecuencia de oscilación de los casos absolutamente inestables, establecer la transición del comportamiento de convectivamente a absolutamente inestable (tal y como aparece en la figura 4.15) y a visualizar el apareamiento de vórtices, además de aportar numerosos datos útiles para el estudio.

Es difícil comparar los resultados obtenidos con cálculos y experimentos previos, ya que la mayor parte de los documentos publicados hasta ahora en relación a los chorros de baja densidad, realizan su estudio bajo condiciones distintas, es decir, con números de Reynolds superiores a los utilizados en este proyecto, con perfiles de velocidad a la salida del inyector distintos, bajo la acción de la gravedad, etc.

- En primer lugar, se ha comprobado que FLUENT es capaz de captar las oscilaciones autoexcitadas. Es, además, una herramienta muy potente que proporciona gran cantidad de información, y por eso es importante señalar su aplicación para resolver este fenómeno, puesto que captar el comportamiento de este tipo de chorro es muy complejo experimentalmente. Satti & Agrawal, (2006) realizaron simulaciones numéricas en FLUENT de un chorro compresible de mezclas de helio-aire descargando en aire y demostraron que se puede predecir el comportamiento oscilatorio del flujo. Las diferencias entre sus condiciones y las tomadas en este proyecto son significativas, sobre todo porque tienen en cuenta la acción de la gravedad y las condiciones de contorno son diferentes, ellos utilizan un perfil parabólico de velocidades a la salida de una tobera. Sus resultados son fundamentalmente que bajo sus condiciones para  $Re < 45$ , el chorro es estable, y que a partir de este valor aparecen oscilaciones autoexcitadas sincronizadas.
- Kyle & Sreenivasan (1993) investigaron las características del chorro de baja densidad descagando por una tobera para  $Re > 400$ , y no llegaron a encontrar el Reynolds crítico. Para los resultados con los que sí se puede realizar una comparación, encontraron números de Strouhal menores que los hallados en este proyecto, por ejemplo, para  $Re = 400$ ,  $S = 0.14$ ,  $St$  es aproximadamente 0.3, (mientras que en este proyecto se ha encontrado para  $Re = 300$ ,  $S = 0.14$  que  $St = 0.367$ ) y para  $Re = 1000$ ,  $S = 0.29$  el número de Strouhal es 0.32 (el resultado más cercano sería  $Re = 1000$ ,  $S = 0.3$  con  $St = 0.44$ ) Hay que señalar que existen diferencias en cuanto al perfil de velocidad y a las características del inyector, como se ha observado anteriormente en la figura 4.17.
- Los diagramas espacio-temporales obtenidos (ver figura 4.19) describen el comportamiento del chorro de forma tan adecuada como los hallados a través de las simulaciones numéricas realizadas



## 5. CONCLUSIONES

por Lesshafft *et al.*, (2006). En los dos casos, se observa claramente mediante estos diagramas el carácter absolutamente inestable del chorro e incluso el apareamiento de vórtices.

A nivel general se puede decir que la aproximación a este problema mediante FLUENT ha sido positiva puesto que ha permitido visualizar la inestabilidad absoluta del chorro, y ha facilitado cuantiosa información. No obstante, existen puntos a mejorar en este proyecto que son principalmente dos:

- Las condiciones de contorno escogidas en la entrada no logran simular el comportamiento de chorros que descargan de toberas, ya que como se ha observado en la figura 4.17, las condiciones elegidas no cumplen con dependencia lineal que se da en toberas y tubos entre el espesor de cantidad de movimiento y el número de Reynolds. Como se comprobó anteriormente, la condición de una pared junto al inyector tampoco es una alternativa.
- En las simulaciones realizadas no se ha tenido en cuenta la gravedad, cuando el número de Reynolds es elevado, los resultados pueden compararse con los obtenidos con gravedad, no obstante, cuando  $Re$  es pequeño, el número de Richardson aumenta y las fuerzas de la flotabilidad se hacen dominantes, de modo que los resultados presentes difieren de aquellos donde hay gravedad.

### 5.1 Líneas futuras de investigación

---

Queda aún una amplia investigación por delante en lo que se refiere a las propiedades tanto de los chorros de baja densidad como de los chorros calientes, sobre todo a bajos números de Reynolds.

En cuanto a las simulaciones mediante CFD, hay muchas posibilidades para seguir trabajando, por ejemplo: la modificación de las condiciones de contorno (tobera), el estudio del chorro plano, los modos helicoidales, etc. También se podría probar la simulación 3D más realista aunque de cálculo más lento.

## 6 BIBLIOGRAFÍA

---

- Boujemaa, S., Amielh, M., & Chauve, M. (2004). Analyse spatio-temporelle de jets axisymétriques d'air et d'hélium. *Elsevier* , 1-7.
- Briggs, R. (1964). *Electron-stream interaction with plasmas*. (Research monograph no.29). MIT Press.
- Coenen, W. (2010). *Absolute Instability in the near field of low-density jets*. Publicación de la Universidad Carlos III de Madrid- Tesis.
- Glasgow, L. (2010). *Transport phenomena: an introduction to advance topics*. Wiley.
- Griebner et al. (1988). *Numerical simulations in Fluid Dynamics. A practical introduction*. SIAM.
- Hirschfelder et al. (1954). Molecular theory of gases and liquids. *J. Wiley* .
- Huerre, P., & Monkewitz, P. (1985). Absolute and convective instabilities in free shear layers. *J. Fluid Mech.* 159 , 151-168.
- Huerre, P., & Monkewitz, P. (1990). Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 22 , 473-537.
- Kyle, D., & Sreenivasan, K. (1993). The instability and breakdown of a round variable-density jet. *J. Fluid Mech* , vol. 249, pp.619-664.
- Lesshafft et al. (2006). Nonlinear global modes in hot jets. *J. Fluid Mech.* , 554, 393-409.
- Lesshafft, L., Huerre, P., & Sagaut, P. (2007). Frequency selection in globally unstable round jets. *Phys. Fluids* , 19,054108.
- Michalke, A. (1970). A note on the spatial jet-instability of the compressible cylindrical vortex sheet. *DLR research rep.* , FB-70-51.
- Michalke, A. (1965). On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *J. Fluid Mech.* , 23, 521-544.
- Michalke, A. (1984). Survey on jet instability theory. *Prog. Aerospace Sci.* 21 , 159-199.
- Monkewitz et al. (1990). Self-excited oscillations and mixing in a heated round jet. *J. Fluid Mech* , 213, 611-639.
- Pérez, C. (2003). *Matlab y sus aplicaciones en las Ciencias y la Ingeniería*. Pearson.
- Raghu, S., & Monkewitz, P. (1991). *The bifurcation of a hot round jet to limit-cycle oscillations*. *Phys. Fluids* 3 (4), 501-503.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Ravier, S. (2004). *Étude des instabilités d'un jet plan à masse volumique variable- Thèse*.
- Sánchez Moreno, J. (2002). *Estudio de la formación de gotas/burbujas en chorros con coflujo*.
- Satti, R., & Agrawal, A. (2006). Flow structure in the near field of buoyant low-density gas jets. *Int.J. Heat and Fluid Flow* , 27, 336-347.
- Sreenivasan, K., Raghu, S., & Kyle, D. (1989). Absolute instability in variable density jets. *Exps. Fluids*, 7 , 309-317.
- The Mathworks, Inc. (2010). <http://www.mathworks.com/help/toolbox/>. Recuperado el Noviembre de 2010
- White, F. (2004). *Mecánica de fluidos*. McGraw-Hill.